

Теории и примеры расчёта прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов прямоугольного сечения

И.Н.Старишко, ВоГУ, Вологда

Изложены недостатки теории расчёта внецентренно сжатых железобетонных элементов, заложенной в действующих нормативных документах, с обоснованием их на конкретном примере расчёта. В действующих нормативных документах для проверки несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов исходят из условия $N \leq N_{\text{сеч}}$. Для определения $N_{\text{сеч}}$ высота сжатой зоны бетона x определяется в зависимости от значения внешней нагрузки N . При проверке условия $N \leq N_{\text{сеч}}$ можно только сделать заключение – выдержит ли колонна заданную нагрузку или не выдержит. Однако при этом неизвестно, какую же максимальную нагрузку N_{max} выдержит колонна, так как при другом значении N в расчётах этой же колонны получим другое значение x , а соответственно и другое значение $N_{\text{сеч}}$. Несущая же способность колонны – это предельная нагрузка N_{max} , которую колонна может выдержать неограниченно долгое время без разрушения. Предлагаются пути совершенствования указанной теории расчёта, которые более полно отражают фактическое напряжённо-деформированное предельное состояние элементов в зависимости от значений эксцентриситета e_0 и продольных сил N .

Изложенная ниже теория расчётов внецентренно сжатых железобетонных элементов в предельном состоянии по несущей способности нормальных сечений, разработанная автором статьи, учитывает все возможные напряжения в продольной арматуре от R_s до R_{sc} вызванные различными значениями эксцентриситета e продольной силы N . Теория основана на совместном решении уравнений равновесия продольных сил и внутренних усилий с уравнениями равновесия изгибающих моментов в предельном состоянии по прочности нормальных сечений.

Приведённые в статье исследования открывают возможность более экономичного проектирования внецентренно сжатых железобетонных элементов, а также повышают надёжность и долговечность их при эксплуатации.

Ключевые слова: внецентренно-сжатые элементы, уравнения равновесия, несущая способность, напряжённо-деформированное состояние, эксцентриситет продольной силы.

Methods for Determining the Strength of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Rectangular Sections

I.N.Starishko, VSU, Vologda

According to the results of the research of the author of the article, the shortcomings of the theory of calculating

eccentrically compressed reinforced concrete elements laid down in the current regulatory documents with their justification on a specific example of calculation are presented. In the current regulatory documents to verify the bearing capacity of eccentrically compressed reinforced concrete elements, they proceed from the condition $N \leq N_{\text{sech}}$. To determine N_{sech} the height of the compressed zone of concrete x is determined depending on the value of the external load N . When testing the condition $N \leq N_{\text{sech}}$ one can only conclude whether the column will withstand the specified load or not. However, it is not known what is the maximum load the N_{max} will withstand the column, since with a different value of N , in the calculations of the same column, we obtain a different value of x , and accordingly a different value of N_{sech} . The bearing capacity of the column is the ultimate load N_{max} , which the column can withstand for an unlimited time without destruction. The ways of improving this calculation theory are suggested, which more fully reflect the actual intensely deformed limiting state of elements depending on the values of the longitudinal force eccentricity N .

The following theory of calculations of eccentrically compressed reinforced concrete elements in the limiting state of the bearing capacity of normal sections, developed by the author, takes into account all possible stresses in the longitudinal reinforcement from R_s to R_{sc} caused by different values of eccentricity e of longitudinal force. The theory is based on the joint solution of the equilibrium equations of longitudinal forces and internal forces with the equilibrium equations of bending moments in the limit state according to the strength of normal sections.

The studies cited in the article open up the possibility of more economical design of eccentrically compressed reinforced concrete elements, as well as increase the reliability and durability in their operation.

Keywords: eccentric-compressed elements, equilibrium equations, bearing capacity, stress-strain state, eccentricity of longitudinal force.

Расчёт внецентренно сжатых железобетонных элементов в предельном состоянии по прочности нормальных сечений, заложенный в нормативных документах [1–3], действующих на территории России, включает два случая напряжений в арматуре площадью A_s , расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки (рис.):

Одним из существенных недостатков указанной теории расчёта является то, что при определении высоты сжатой зоны бетона x из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий влияние эксцентриситета продольных сил не учитывается, и это же значение x используется при проверке несущей способности элементов.

Это приводит к тому, что при известной площади продольной арматуры A_s и A'_s высота сжатой зоны бетона x , определяемая из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий ($N \leq N_{сеч}$), часто значительно отличается от высоты сжатой зоны бетона x , определяемой из уравнения равновесия изгибающих моментов ($N \cdot e \leq M_{сеч}$) (см. пример расчёта в [4], а также см. ниже пример расчёта 1).

В некоторых случаях может оказаться, что при определении значения x из уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий рассматриваемый элемент относится к расчётному случаю 2 внецентренно сжатых элементов (случай малых эксцентриситетов), а при определении значения x из уравнения равновесия изгибающих моментов этот же элемент относится к расчётному случаю 1 (случай больших эксцентриситетов) (см. также пример расчёта в [4]).

Как показывают опыты, высота сжатой зоны бетона, а соответственно и несущая способность существенно зависят от величины эксцентриситета e_0 и коэффициента увеличения прогибов η в гибких внецентренно-сжатых элементах.

Неточность в определении высоты сжатой зоны бетона в предельном состоянии элементов часто приводит к большим расхождениям между расчётной и фактической их несущей способностью.

В действующих нормативных документах при проверке условия прочности $N \leq N_{сеч}$ значение $N_{сеч}$ не есть несущая способность элемента, так как значение x , для определения $N_{сеч}$ вычисляется в зависимости от известной внешней нагрузки N . Поэтому по существующей в нормативных документах методике расчёта, проверяя условие $N \leq N_{сеч}$ можно только сделать заключение, выдержит ли колонна заданную нагрузку, или не выдержит.

Однако при этом не известно, какую же максимальную нагрузку выдержит колонна, так как при другом значении внешней нагрузки N получим и другое значение x и, соответственно, другое значение $N_{сеч}$.

Несущая же способность колонны – это предельная нагрузка N_{max} , которую колонна может выдержать неограниченно долгое время без разрушения.

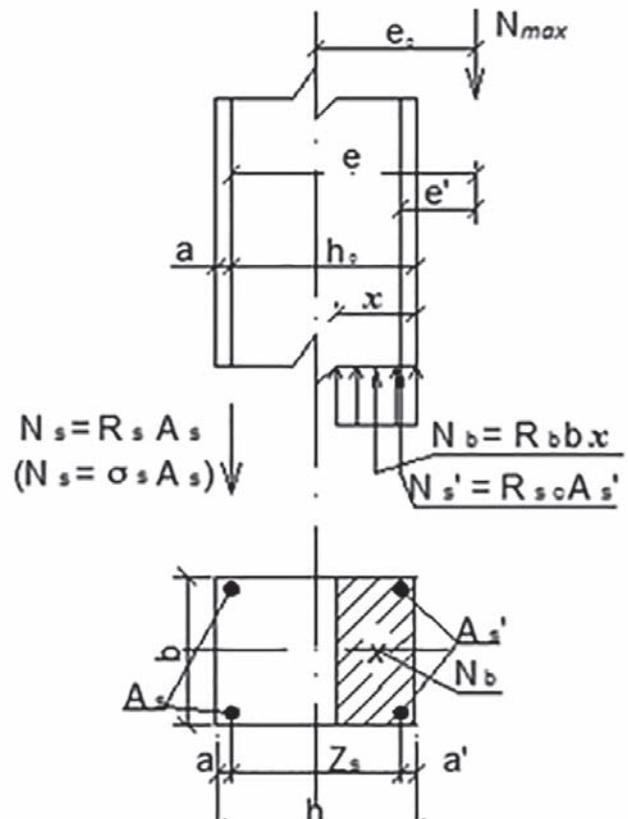
Если при решении задач по определению несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов использовать формулы (36, 38 и 39) [1], где вместо фактической нагрузки N принять предельную нагрузку N_{max} , то при совместном решении указанных уравнений необходимо определить следующие неизвестные значения: высоту сжатой зоны бетона в предельном состоянии элемента x , напряжение в растянутой (или менее сжатой) арматуре σ_s и значение предельной нагрузки N_{max} . При решении указанных уравнений значение коэффициента η , учитывающего влияние

прогибов во внецентренно сжатых элементах, принимается по формуле (19) [1], где вместо фактической нагрузки N также принимается нагрузка N_{max} . Для определения указанных неизвестных необходимо решать кубическое уравнение при неизвестном значении x или N_{max} . После этого необходимо выполнять проверку $N \leq N_{сеч}$.

При этом вышеуказанной формуле (36) [1] соответствует формула (8.10), приведённая в действующих нормативных документах [3], а совместному решению формул (38) и (39) соответствует формула (8.13), также приведённая в [3].

Решение кубического уравнения вместо квадратного вызвано тем, что в нижеприведённых формулах используется неизвестное значение несущей способности N_{max} вместо известной нагрузки N , как в [1; 2 и 3].

В качестве дополнения можно сказать следующее: при определении η мы не можем использовать известную продольную силу N , как изложено в [1; 2], так как мы определяем несущую способность элемента N_{max} , которая, как правило,



Расчётная схема внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения: случай 1 – случай больших эксцентриситетов, при котором арматура с площадью A_s к моменту разрушения элемента окажется растянутой, и напряжение в ней σ_s достигает предельных значений равных R_s ; случай 2 – случай малых эксцентриситетов, при котором напряжение в арматуре площадью A_s не достигает предельных значений

отличается от значения N (то есть, если мы определяем несущую способность колонны, которая соответствует величине разрушающей, а не заданной нагрузки, то и значение η должно соответствовать величине разрушающей нагрузки N_{\max}).

Предлагаемая в статье теория расчёта носит конкретный характер, а не опирается на расчёт методом проверок условий прочности, как в действующих нормативных документах, где по результатам расчёта, как отмечено выше, нельзя сказать, какую же предельную нагрузку может выдержать внецентренно сжатый элемент.

Таким образом, более точное определение влияния вышеуказанных факторов на несущую способность внецентренно сжатых элементов может быть получено из совместного решения ряда уравнений, отражающих их предельное напряжено-деформированное состояние.

Изложенные выше исследования явились основанием для разработки теории расчёта несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов состоящей из двух вариантов возникновения возможных напряжений в продольной арматуре площадью A_s .

Вариант 1 – арматура с площадью A_s в предельном состоянии элемента растянута;

Вариант 2 – арматура с площадью A_s в предельном состоянии элемента сжата.

Первый вариант в свою очередь предусматривает два случая возможных напряжений растяжения в арматуре площадью A_s :

Случай 1 – напряжение в указанной арматуре, определяемое по формуле (1), достигает предельных значений, то есть $\sigma_s \geq R_s$ (случай больших эксцентриситетов).

При этом в расчётных формулах принимается только одно значение $\sigma_s = R_s$.

Случай 2 – растягивающее напряжение в арматуре находится в пределах $0 \leq \sigma_s < R_s$ (случай малых эксцентриситетов).

Второй вариант также предусматривает два случая возможных напряжений сжатия в арматуре площадью A_s :

Случай 3 – указанная арматура оказывается сжатой, и напряжение в ней, определяемое по формуле (1), не достигает предельных значений, то есть $0 < |\sigma_s| = \sigma_{sc} < R_{sc}$ (случай малых эксцентриситетов).

Случай 4 – сжимающие напряжения в арматуре достигают предельных значений, то есть $|\sigma_s| = \sigma_{sc} \geq R_{sc}$ (центрально-сжатые элементы со случайными эксцентриситетами). При этом в расчётных формулах принимается только одно значение $|\sigma_s| = \sigma_{sc} = R_{sc}$.

Напряжение в арматуре площадью A_s определяется по формуле:

$$\sigma_s = \left(2 \frac{1-\xi}{1-\xi_R} - 1 \right) R_s. \quad (1)$$

Если относительная высота сжатой зоны бетона в предельном состоянии элемента равна:

$$\xi = \xi_0 = 0,5(1 + \xi_R), \quad (2)$$

то из формулы (1) значение $\sigma_s = 0$. При этом на фактической криволинейной эпюре напряжений в бетоне сжатой зоны напряжение в бетоне на уровне центра тяжести арматуры площадью A_s также равно нулю, то есть $\xi_0 = \frac{x_0}{h_0} = 1$. Из формулы (2) высота сжатой зоны бетона при условной прямоугольной эпюре напряжений равна:

$$x_0 = 0,5h_0(1 + \xi_R), \quad (3)$$

или же из формулы (3) значение $x_0 = \xi_0 h_0$.

Таким образом, во внецентренно сжатых железобетонных элементах автором статьи разработано два варианта расчёта:

Вариант 1 – когда продольная арматура с площадью поперечного сечения A_s , расположенная с противоположной стороны от линии действия нагрузки, в предельном состоянии элемента окажется растянутой. Это происходит, когда значение ξ в формуле (1) окажется меньше значения ξ_0 определяемого по формуле (2), или же если значение σ_s определяемое по формуле (1) окажется положительным.

Вариант 2 – когда указанная выше продольная арматура с площадью поперечного сечения A_s в предельном состоянии элемента окажется сжатой. Это происходит, когда значение ξ в формуле (1) окажется больше значения ξ_0 определяемого по формуле (2), или же если значение σ_s определяемое по формуле (1) окажется отрицательным.

В расчётных формулах внецентренно сжатых элементов, рассчитываемых по варианту 1, напряжение в продольной арматуре площадью A_s принимается не более расчётного сопротивления растяжению, то есть $\sigma_s \leq R_s$, а в формулах внецентренно сжатых элементов рассчитываемых по варианту 2 – не более расчётного сопротивления сжатию, то есть $|\sigma_s| = \sigma_{sc} \leq R_{sc}$.

При решении практических задач по определению несущей способности или площади поперечного сечения продольной арматуры внецентренно сжатых элементов необходимо установить, к какому расчётному варианту и случаю внецентренного сжатия относится решаемая задача.

В начале расчёта для определения σ_s по формуле (1) значение ξ неизвестно. Поэтому на основании обработки значительного количества опытных результатов расчётный вариант и случай ориентировочно (в первом приближении) устанавливается по значению эксцентриситета продольной силы $e_0 \eta$, что будет уточняться в каждом примере по ходу его решения. При этом значение η также предварительно определяем в зависимости от фактически приложенной нагрузки N и условной критической силы N_{cr} (также, как в [1] и [2]).

Случай 1. Если значение $e_0 \eta > 0,3h_0$ – имеем случай расчёта 1 – случай больших эксцентриситетов, при этом в предельном состоянии элемента напряжение растяжения σ_s в арматуре площадью A_s , определяемое по формуле (1), будет достигать предельных значений, то есть $\sigma_s \geq R_s$;

Случай 2. Если значение $0,17h_0 < e_0 \eta \leq 0,3h_0$ – имеем случай расчёта 2 – случай малых эксцентриситетов. При этом напряжение растяжения σ_s в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента будет находиться в пределах $0 \leq \sigma_s < R_s$;

Случай 3. Если значение $0,09h_0 < e_0\eta \leq 0,17h_0$ – имеем случай расчёта 3 – также случай малых эксцентриситетов, но при этом напряжение сжатия в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента будет находиться в пределах $-R_s < \sigma_s \leq 0$, то есть по абсолютной величине $0 \leq |\sigma_s| = \sigma_{sc} < R_{sc}$.

Случай 4. Если значение $e_0\eta \leq 0,09h_0$ – имеем случай расчёта 4 – при этом расчёт необходимо выполнять как для внецентренно сжатых элементов со случайными эксцентриситетами, принимая $|\sigma_s| = \sigma_{sc} = R_{sc}$.

Если условная критическая сила N_{cr} определяется в соответствии с [2], указанные в пунктах 1–4 границы для определения расчётного случая внецентренного сжатия элементов рекомендуется несколько увеличить до значений, приведённых в [4].

Указанные выше границы значений эксцентриситета продольных сил $e_0\eta$, влияющие на границы возможных напряжений в продольной арматуре, в предельном состоянии элементов зависят от многих факторов и могут незначительно изменяться, поэтому в дальнейших исследованиях возможно их уточнение.

Автором статьи предлагается совместное решение уравнений, отражающих напряжённо-деформированное состояние во внецентренно сжатых элементах, указанных ниже, которые приводят к решению кубического уравнения относительно высоты сжатой зоны бетона x или относительно продольной силы N_{max} в предельном состоянии элементов.

Для определения высоты сжатой зоны бетона x в предельном состоянии внецентренно сжатых элементов прямоугольных сечений как с симметричной, так и с несимметричной арматурой, с учётом влияния основных факторов в расчётах любых вариантов и случаев внецентренного сжатия, вначале используем уравнение равновесия изгибающих моментов от внешней нагрузки и внутренних усилий:

$$N_{max} \cdot e \leq R_b bx(h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'), \quad (4)$$

где e – эксцентриситет продольной силы N относительно центра тяжести площади арматуры A_s с учётом коэффициента увеличения прогиба η в гибких внецентренно сжатых элементах, который определяется по формуле:

$$e = e_0\eta + \frac{h}{2} - a, \quad (5)$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{max}}{N_{cr}}}. \quad (6)$$

Решая совместно уравнения (6), (5) и (4), получим:

$$N_{max} \left(\frac{N_{cr} e_0}{N_{cr} - N_{max}} + \frac{h}{2} - a \right) \leq R_b bx(h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a'). \quad (7)$$

Умножая левую и правую части формулы (7) на $(N_{cr} - N_{max})$, окончательно получим:

$$N_{max} \cdot N_{cr} e_0 + \left(\frac{h}{2} - a \right) N_{max} \cdot N_{cr} - \left(\frac{h}{2} - a \right) N_{max}^2 - R_b b h_0 N_{cr} \cdot x + 0,5 R_b b N_{cr} \cdot x^2 + R_b b h_0 N_{max} x - 0,5 R_b b N_{max} x^2 - R_{sc} A'_s (h_0 - a') N_{cr} + R_{sc} A'_s (h_0 - a') N_{max} = 0. \quad (8)$$

1. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по варианту 1 – случай 1 (случай больших эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_s в предельном их состоянии растянута и выполняется условие

$\xi \leq \xi_0$. При этом в дальнейших расчётах необходимо принимать $\sigma_s = R_s$.

Условие равновесия продольных сил и внутренних усилий имеет вид:

$$N_{max} = R_b bx + R_{sc} A'_s - R_s A_s \quad (9)$$

Подставляя значение N_{max} из формулы (9) в формулу (8), обозначив $R_{sc} A'_s - R_s A_s = P$, после преобразований получим:

$$x^3 - \left(h + \frac{N_{cr} - P}{R_b b} \right) x^2 - [N_{cr} (e_0 + \frac{h}{2} - a) - (h - 2a)P - h_0 (N_{cr} - P) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')] \frac{2}{R_b b} x - [N_{cr} P (e_0 + \frac{h}{2} - a) - \left(\frac{h}{2} - a \right) P^2 - R_{sc} A'_s (h_0 - a') (N_{cr} - P)] \frac{2}{R_b^2 b^2} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) можно записать в виде:

$$x_3 - b_1 x_2 - b_2 x - b_3 = 0 \quad (11)$$

После определения высоты сжатой зоны бетона x , несущую способность внецентренно-сжатого элемента по величине изгибающего момента можно определить по формуле (4), где для определения эксцентриситета e используем формулы (6) и (5).

Несущую способность элемента по величине нагрузки можно также определить, используя формулу (9).

2. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по варианту 1 – случай 2 (случай малых эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_s в предельном состоянии растянута и выполняется условие $\xi_R < \xi \leq 0,5(1 + \xi_R)$.

При выполнении указанного условия напряжение в продольной арматуре, расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки, находится в пределах $0 \leq \sigma_s \leq R_s$.

При этом условие равновесия продольной силы и внутренних усилий в сечении элемента имеет вид:

$$N_{max} \leq R_b bx + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s. \quad (12)$$

Из формулы (12) определяем высоту сжатой зоны бетона x в предельном состоянии внецентренно сжатого элемента:

$$x = \frac{N_{max} - R_{sc} A'_s + \sigma_s A_s}{R_b b}, \quad (13)$$

где σ_s определяем по формуле (1).

Подставляя значение σ_s из формулы (1) в формулу (13) с учётом того, что $\xi = \frac{x}{h_0}$, получим:

$$x = \frac{N_{max} - R_{sc} A'_s - R_s A_s}{R_b b} + \frac{2 R_s A_s}{R_b b (1 - \xi_R)} - \frac{2 R_s A_s x}{R_b b (1 - \xi_R) h_0}. \quad (14)$$

$$\text{В формуле (14) обозначим: } \frac{2 R_s A_s}{R_b b (1 - \xi_R)} = K, \quad (15)$$

$$\text{Тогда: } x = \frac{(N_{max} - R_{sc} A'_s - R_s A_s) h_0}{R_b b (h_0 + K)} + \frac{K h_0}{h_0 + K}. \quad (16)$$

В формуле (16) обозначим:

$$\frac{(R_{sc} A'_s + R_s A_s) h_0}{R_b b (h_0 + K)} = c, \quad (17)$$

$$\frac{K h_0}{h_0 + K} = d. \quad (18)$$

Получим:

$$x = \frac{N_{\max} h_0}{R_b b (h_0 + k)} - c + d. \quad (19)$$

В формуле (19) обозначим:

$$\frac{h_0}{R_b b (h_0 + k)} = z. \quad (20)$$

Тогда высота сжатой зоны бетона x внецентренно-сжатых элементов (но пока без учёта эксцентриситета продольных сил) из формулы (19) равна:

$$x = N_{\max} \cdot z - c + d. \quad (21)$$

Из формулы (21) определяем значение продольной силы N_{\max} :

$$N_{\max} = \frac{x}{z} - \frac{d-c}{z}, \text{ или } N_{\max} = \frac{x+c-d}{z}. \quad (22)$$

Для определения высоты сжатой зоны бетона внецентренно сжатых элементов с учётом эксцентриситета e и коэффициента η , когда арматура с противоположной стороны от действия нагрузки N_{\max} растянута, подставим значение N_{\max} из формулы (22) в формулу (8) получим:

$$x^3 + \left[\left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{2}{R_b b z} - N_{\sigma} z - 2h_0 - d + c \right] x^2 - \left[N_{\sigma} \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) + 2 \left(\frac{h}{2} - a \right) \cdot \frac{d-c}{z} - R_b b h_0 (N_{\sigma} z + d - c) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \right] \frac{2}{R_b b} x + \left[N_{\sigma} (d-c) \cdot \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) + \left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{(d-c)^2}{z} + R_{sc} A'_s (h_0 - a') (N_{\sigma} z + d - c) \right] \frac{2}{R_b b} = 0. \quad (23)$$

Окончательно формулу (23) можно записать в виде:

$$x^3 + b_1 x^2 - b_2 x + b_3 = 0 \quad (24)$$

где b_1 – в см; b_2 – в см²; b_3 – в см³.

Подставляя полученное значение x из формулы (24) в формулу (22), можно определить несущую способность внецентренно сжатого элемента по величине нагрузки с учётом всех основных факторов, влияющих на напряжённо-деформированное состояние элементов, когда напряжение растяжения в арматуре площадью A_s находится в пределах $0 \leq \sigma_s < R_s$.

3. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по варианту 2 – случай 3 (случай малых эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_s в предельном их состоянии сжата и выполняется условие $0,5(1 + \zeta_R) \leq \zeta < 1$.

При выполнении указанного условия напряжение сжатия в арматуре площадью A_s , расположенной с противоположной стороны от линии действия нагрузки $\sigma_{s'}$ изменяется от нуля до $-R_{s'}$, то есть до R_{sc} .

Условие равновесия продольной силы и внутренних усилий в сечении элемента имеет вид:

$$N_{\max} = R_b b x + R_{sc} A'_s + \sigma_{sc} A_s, \quad (25)$$

Из формулы (25) получим: $x = \frac{N_{\max} - R_{sc} A'_s - \sigma_{sc} A_s}{R_b b}, \quad (26)$

где σ_{sc} определяется, как и σ_s по формуле (1)

Подставляя из формулы (1) в формулу (26) и выполнив преобразования, как и в пункте 2, получим:

$$x = N_{\max} \cdot z' - c' - d', \quad (27)$$

где: $z' = \frac{h_0}{R_b b (h_0 - K)}, \quad (28)$

$$c' = \frac{(R_{sc} A'_s - R_s A_s) h_0}{R_b b (h_0 - K)}, \quad (29)$$

При симметричной продольной арматуре, когда $A_s = A'_s$, в формуле (29) значение $c' = 0$.

$$d' = \frac{K h_0}{h_0 - K}. \quad (30)$$

Из формулы (27) можно определить несущую способность внецентренно-сжатых элементов по величине нагрузки, когда арматура площадью A_s сжата.

$$N_{\max} = \frac{x + c' + d'}{z'}. \quad (31)$$

Для определения высоты сжатой зоны бетона внецентренно-сжатых элементов с учётом эксцентриситета e и коэффициента η , подставим значение N_{\max} из формулы (31) в формулу (8) и, выполнив преобразования, как и в пункте 2, окончательно получим:

$$x^3 + \left[\left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{2}{R_b b z'} - N_{\sigma} z' - 2h_0 + d' + c' \right] x^2 - \left[N_{\sigma} \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) - 2 \left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{d'+c'}{z'} - R_b b h_0 (N_{\sigma} z' - d' - c') + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \right] \frac{2}{R_b b} x - \left[N_{\sigma} (d'+c') \cdot \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) - \left(\frac{h}{2} - a \right) \frac{(d'+c')^2}{z'} - R_{sc} A'_s (h_0 - a') (N_{\sigma} z' - d' - c') \right] \frac{2}{R_b b} = 0$$

Формулу (32) можно записать в виде:

$$x^3 + b_1 x^2 - b_2 x - b_3 = 0, \quad (33)$$

где b_1 – в см; b_2 – в см²; b_3 – в см³.

Подставляя полученное значение x из формулы (33) в формулу (31), можно определить несущую способность внецентренно сжатого элемента по величине нагрузки с учётом эксцентриситета e и коэффициента η , а также с учётом величины напряжения в продольной арматуре с площадью A_s , равного σ_{sc} в случае, когда эта арматура в предельном состоянии элемента работает на сжатие.

4. Определение несущей способности внецентренно сжатых элементов по варианту 2 – случай 4 (центрально сжатые элементы со случайными эксцентриситетами, когда арматура с площадью A_s в предельном их состоянии сжата и выполняется условие $\zeta \geq 1$, что по формуле (1) соответствует напряжению в арматуре $|\sigma_s| \geq |R_s|$, при этом в расчётных формулах необходимо принимать $\sigma_{sc} = R_{sc}$.

Дальнейший расчет выполняется с учётом влияния случайных эксцентриситетов.

Пример 1. Данные для расчёта приняты из примера 24 [2] с целью сравнения результатов, полученных по методике, изложенной в СП-63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции» и по предлагаемой автором статьи методике. При этом колонна с симметричной продольной арматурой работает по варианту внецентренного сжатия 1– случай 2, когда арматура с площадью A_s в предельном состоянии элемента растянута и значение $\zeta > \zeta_R$ (случай малых эксцентриситетов).

Дано: колонна нижнего этажа многоэтажного рамного каркаса сечением $b \times h = 40 \times 50$ см; $a = a' = 5$ см; бетон класса В25 ($E_b = 3 \cdot 10^4$ МПа, $R_b = 14,5$ МПа); арматура класса А400 ($R_s = R_{sc} = 355$ МПа) с площадью сечения $A_s = A'_s = 18,47$ см² ($3\phi 28$). Продольные силы и изгибающие моменты в нижнем опорном

сечении: от всех вертикальных нагрузок $N = 2200 \text{ кН}$, $M = 250 \text{ кНм}$; от постоянных и длительных нагрузок $N_{\ell} = 2100 \text{ кН}$, $M_{\ell} = 230 \text{ кНм}$; от ветровых нагрузок $N_h = 0,0 \text{ кН}$, $M_h = 53 \text{ кНм}$; высота этажа 6 м.

Требуется определить несущую способность нижнего опорного сечения колонны.

Для решения поставленной задачи необходимо определить общие расчётные характеристики.

Рабочая высота сечения равна $h_0 = h - a = 50 - 5 = 45 \text{ см}$. Поскольку у рассматриваемого сечения колонна жёстко закреплена в фундамент, коэффициенты η и η_H , учитывающие влияние прогиба на величину эксцентриситета e_0 , определяем по формуле 3.86 [2] в зависимости от значения условной критической силы N_{cr} . При определении коэффициента η_v значение N_{cr} в соответствии с п. 3.55 а [2] определяется при расчётной длине колонны $l_0 = 0,7l = 0,7 \cdot 6 = 4,2 \text{ м}$, а при определении η_H N_{cr} в соответствии с п. 3.55 б определяется при расчётной длине колонны $l_0 = 1,0l = 6 \text{ м}$.

Жёсткость D при определении как коэффициента η_v , так и коэффициента η_H , определена по формуле 3.89 [2] с учётом всех нагрузок.

Усилия от всех нагрузок равны: $M = 250 + 53 = 303 \text{ кНм}$, $N = N_v = 2200 \text{ кН}$. При этом

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{303}{2200} = 0,137 \text{ м} = 13,7 \text{ см} > e_a = \frac{h}{30} = \frac{50}{30} = 1,67 \text{ см}.$$

В рассматриваемом примере 24 [2] (стр. 90) значение коэффициента η_v от действия вертикальных нагрузок равно 1,115; а значение коэффициента η_H от действия ветровых нагрузок равно 1,267.

1. Расчёт в соответствии с требованиями СП 63.13330.2012

1.1. Первый вариант расчёта

В примере расчета 24 [2] относительная высота сжатой зоны бетона ζ определена по формуле 3.92 [2] и равна $\zeta = 0,682$ (стр. 91). При этом высота сжатой зоны бетона определяется по формуле: $x = \zeta \cdot h_0 = 0,682 \cdot 45 = 30,67 \text{ см}$. Так как $\zeta = 0,682 > \zeta_R = 0,531$ (см. таблица 3.2 [2]), имеем случай внецентренного сжатия 2 (случай малых эксцентриситетов). При этом несущая способность колонны определяется из уравнения равновесия изгибающих моментов относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения (стр. 74 формула 3.91 [2], что также приводится в указанном примере расчёта на стр. 91).

$$M_{\text{зад}} = R_b b x_R \left(h_0 - \frac{x_R}{2} \right) + \left(R_{sc} A_s' - \frac{N}{2} \right) \cdot (h_0 - a') = 14,5(100) \cdot 40 \cdot 30,67(45 - \frac{30,67}{2}) + \left[355(100) \cdot 18,47 - \frac{2200000}{2} \right] \cdot (45 - 5) = 350 \cdot 10^5 \text{ Нсм} = 350 \text{ кНм}.$$

Так как $M = 345,9 \text{ кНм} < M_{\text{сеч}} = 350 \text{ кНм}$, несущая способность колонны по величине изгибающего момента обеспечена, где M – изгибающий момент от внешних нагрузок относительно центра тяжести сечения, определяемый в примере (24) [2] с учётом прогиба элемента, который равен:

$$M = M_v \eta_v + M_h \eta_h = 250 \cdot 1,115 + 53 \cdot 1,267 = 345,9 \text{ кНм}$$

Для определения несущей способности колонны по величине нагрузки необходимо установить, что в указанном выше примере момент от вертикальных нагрузок M_v с коэффициентом $\eta_v = 1,115$ составляет 80,59% от полного момента M , а момент от горизонтальных нагрузок M_h с коэффициентом $\eta_h = 1,267$ составляет 19,41% от полного момента.

При этом величина эксцентриситета продольной силы относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения колонны, для N_v равна $e_v = e_0 \eta_v = 13,7 \cdot 1,115 = 15,275 \text{ см}$, для N_h равна $e_h = e_0 \eta_h = 13,7 \cdot 1,267 = 17,358 \text{ (см)}$.

Несущая способность по величине нагрузки равна:

$$N_{\text{сеч}} = \frac{M_{\text{сеч}}}{e} = \frac{0,8059 M_{\text{сеч}}}{e_v} + \frac{0,1941 M_{\text{сеч}}}{e_h} = \frac{28206500}{15,275} + \frac{6793500}{17,358} = 1846579 + 391376 = 2237955 \text{ Н} = 2238 \text{ кН} > N = 2200 \text{ кН}$$

то есть несущая способность колонны по величине нагрузки также обеспечена.

Отношения изгибающих моментов составляет $\frac{M_{\text{сеч}}}{M} = \frac{350}{345,9} = 1,01$

Отношение продольных сил так же составляет $\frac{N_{\text{сеч}}}{N} = \frac{2238}{2200} = 1,01$.

1.2. Второй вариант расчёта

Определяем высоту сжатой зоны бетона из уравнения равновесия изгибающих моментов, формула (3.91) [2].

$$M \leq M_{\text{сеч}} = R_b b x (h_0 - \frac{x}{2}) + (R_{sc} A_s' - \frac{N}{2}) (h_0 - a')$$

Подставим значения

$$34590000 \leq 14,5(100) \cdot 40 \cdot 45x - 0,5 \cdot 14,5(100) \cdot 40x^2 + [355(100)18,47 - \frac{2200000}{2}](45 - 5);$$

$$52362600 - 2610000x + 290000x^2 = 0;$$

$$x^2 - 90x + 1805,6 = 0;$$

$$x_{1,2} = 45 \pm \sqrt{2025 - 1805,6};$$

$$x_{1,2} = 45 \pm 14,8;$$

$x_1 = 30,2 \text{ см}$ – что в данном примере незначительно отличается от высоты сжатой зоны бетона x , полученной в первом варианте расчёта.

Относительная высота сжатой зоны бетона равна:

$$\zeta = \frac{x}{h_0} = \frac{30,2}{45} = 0,671 > \zeta_R = 0,531 \text{ – при этом также имеем}$$

случай внецентренного сжатия 2 (случай малых эксцентриситетов).

Определяем напряжение в продольной арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента:

$$\sigma_s = \left(2 \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta_R} - 1 \right) R_s = \left(2 \frac{1 - 0,671}{1 - 0,531} - 1 \right) 355 = 0,403 \cdot 355 = 143,065 \text{ МПа (растяжение)}.$$

Определяем несущую способность элемента из уравнения равновесия продольной силы и внутренних усилий.

$$N_{\text{сеч}} = R_b b x + R_{sc} A_s' - \sigma_s A_s = 14,5(100) \cdot 40 \cdot 30,2 + 355(100) \cdot 18,47 - 143,065(100) \cdot 18,47 = 1751600 + 655685 - 264241 = 2143044 \text{ Н} = 2143 \text{ кН} < N = 2200 \text{ кН},$$

то есть несущая способность колонны не обеспечена. Таким образом, при использовании одних и тех же расчётных формул и разной последовательности расчёта в 1-м варианте несущая способность колонны обеспечена, во 2-м же варианте несущая способность колонны оказалась не обеспеченной.

Следовательно, высоту сжатой зоны бетона и несущую способность колонны необходимо определить из совместного решения вышеуказанных уравнений.

2. Расчёт по предлагаемой автором статьи методике

Для предварительного определения, к какому расчётному случаю относится внецентренно сжатый элемент, в начале расчётов значение η и N_{cr} определяем в зависимости от фактически приложенной нагрузки N или изгибающего момента \dot{I} от этой же нагрузки.

Как отмечено в 1.1, расчётный момент с учётом прогиба равен: $M = M_v \cdot \eta_v + M_h \cdot \eta_h = 250 \cdot 1,115 + 53 \cdot 1,267 = 345,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

В предлагаемой автором статьи методике расчёта для упрощения расчётных формул принимаем одно значение η , полученное по интерполяции в зависимости от η_v и η_h . Для этого составим уравнение вида:

$$M = M_v \cdot \eta + M_h \cdot \eta = 250 \cdot \eta + 53 \cdot \eta = 345,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

откуда $\eta = \frac{345,9}{250 + 53} = 1,142$.

Из формулы 3.86 [2] по η определяем значение условной критической силы, которая равна $N_{cr} = \frac{N\eta}{\eta - 1} = \frac{2200 \cdot 1,142}{1,142 - 1} = 17693 \text{ кН}$.

В соответствии со статьёй, опубликованной в источнике [4], так как значение N_{cr} определено по формулам, приведённым в Пособии по проектированию... [2], то при выполнении условия $e_0 \eta = 13,7 \cdot 1,142 = 15,645 \text{ см} < 0,35 h_0 = 0,35 \cdot 45 = 15,75 \text{ см}$, расчёт необходимо выполнять по варианту 1 – случай 2 (случай малых эксцентриситетов), когда арматура с площадью A_s в предельном состоянии элемента растянута и выполняется условие $0 \leq \sigma_s < R_{sr}$, что в дальнейшем решении примера будет уточняться.

По формулам (15), (17), (18) и (20) определяем значения параметров (k) , (c) , (d) и (z) входящих в коэффициенты кубического уравнения (23) для определения высоты сжатой зоны бетона в предельном состоянии внецентренно сжатой колонны.

$$k = \frac{2R_s A_s}{R_b b(1 - \zeta_R)} = \frac{2 \cdot 355 \cdot 18,47}{14,5 \cdot 40 \cdot (1 - 0,531)} = 48,21 \text{ см},$$

значение $\zeta_R = 0,531$ принято из таблицы 3.2 [2];

$$c = \frac{(R_{sc} A'_s + R_s A_s) h_0}{R_b b(h_0 + k)} = \frac{(355 \cdot 18,47 + 355 \cdot 18,47) \cdot 45}{14,5 \cdot 40 \cdot (45 + 48,21)} = 10,916 \text{ см};$$

$$d = \frac{k \cdot h_0}{h_0 + k} = \frac{48,21 \cdot 45}{45 + 48,21} = 23,275 \text{ см};$$

$$z = \frac{h_0}{R_b b(h_0 + k)} = \frac{45}{14,5(100) \cdot 40(45 + 48,21)} = 0,0000083 \text{ см}/H.$$

Определяем значения коэффициентов b_1 и b_2 при неизвестном значении x в кубическом уравнении (23), а также свободный член кубического уравнения b_3 :

$$b_1 = \left(\frac{h}{2} - a\right) \cdot \frac{2}{R_b b z} - N_{cr} z - 2h_0 - d + c = \left(\frac{50}{2} - 5\right) \cdot \frac{2}{14,5(100) \cdot 40 \cdot 0,0000083} - 17,693 \cdot 10^6 \cdot 0,0000083 - 2 \cdot 45 - 23,275 + 10,916 = 83,09 - 146,85 - 90 - 23,275 + 10,916 = -166,12 \text{ см};$$

$$b_2 = \left[N_{cr} \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) + 2 \left(\frac{h}{2} - a \right) \cdot \frac{d - c}{z} - R_b b h_0 (N_{cr} z + d - c) + R_{sc} A'_s \cdot (h_0 - a') \right] \times$$

$$\times \frac{2}{R_b b} = \left[17,693 \cdot 10^6 \cdot \left(13,7 + \frac{50}{2} - 5 \right) + 2 \times \left(\frac{50}{2} - 5 \right) \cdot \frac{23,275 - 10,916}{0,0000083} - 14,5(100) \cdot 40 \cdot \right.$$

$$\left. - 45(17,693 \cdot 10^6 \cdot 0,0000083 + 23,275 - 10,916) + 355(100) \cdot 18,47(45 - 5) \right] \frac{2}{14,5(100) \cdot 40} =$$

$$= \frac{(596254100 + 59561445,78 - 415540449 + 26227400) \cdot 2}{14,5(100) \cdot 40} = 9189,74 \text{ см}^2;$$

$$b_3 = \left[N_{cr} (d - c) \left(e_0 + \frac{h}{2} - a \right) + \left(\frac{h}{2} - a \right) \cdot \frac{(d - c)^2}{z} + R_{sc} A'_s (h_0 - a') (N_{cr} z + d - c) \right] \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{R_b b} = \left[17,693 \cdot 10^6 (23,275 - 10,916) \cdot \left(13,7 + \frac{50}{2} - 5 \right) + \left(\frac{50}{2} - 5 \right) \cdot \frac{(23,275 - 10,916)^2}{0,0000083} + \right.$$

$$\left. + 355(100) \cdot 18,47(45 - 5) \cdot (17,693 \cdot 10^6 \cdot 0,0000083 + 23,275 - 10,916) \right] \frac{2}{14,5(100) \cdot 40} =$$

$$= \frac{(7369104422 + 368059954 + 4175687958,66) \cdot 2}{14,5(100) \cdot 40} = 410788 \text{ см}^3.$$

Для определения высоты сжатой зоны бетона x в предельном состоянии элемента используем кубическое уравнение (24) полученное из формулы (23), то есть

$$x^3 + b_1 x^2 - b_2 x + b_3 = 0$$

Подставляя значения b_1, b_2, b_3 в формулу (24) получим:

$$x^3 - 166,12x^2 - 9189,74x + 410778 = 0$$

Из решения приведённого кубического уравнения высота сжатой зоны бетона равна: $x = 30,762 \text{ см}$.

Так как относительная высота сжатой зоны бетона $\zeta = \frac{x}{h_0} = \frac{30,762}{45} = 0,684 > \zeta_R = 0,531$, напряжение в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента не достигает предельных значений при растяжении, то есть $\sigma_s < R_{sr}$.

В соответствии с формулой (2) напряжение в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента окажется равным нулю, то есть $\sigma_s = 0$, когда $\zeta = \zeta_0 = 0,5(1 + \zeta_R)$.

В данном примере $\zeta = 0,684 < \zeta_0 = 0,5(1 + \zeta_R) = 0,5(1 + 0,531) = 0,765$, при этом арматура площадью A_s в предельном состоянии элемента действительно оказалась растянутой. Так как условие $\zeta_R < \zeta < 0,5(1 + \zeta_R)$ выполняется, назначенный изначально расчёт по варианту 1 – случай 2 внецентренного сжатия принят правильно.

По формуле (1) определяем напряжение в арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента.

$$\sigma_s = \left(2 \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta_R} - 1 \right) R_s = \left(2 \frac{1 - 0,684}{1 - 0,531} - 1 \right) \cdot 355 = 123,38 \text{ МПа (растяжение)}.$$

При этом условие $0 \leq \sigma_s < R_s$ для расчётного варианта 1 – случай 2 также выполняется.

Определяем несущую способность элемента из уравнения равновесия продольной силы и внутренних усилий в сечении элемента по формуле (12):

$$N_{max} = R_b b x + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s = 14,5(100) \cdot 40 \cdot 30,762 + 355(100) \cdot 18,47 - 123,38(100) \cdot 18,47 = 1784196 + 655685 - 224188 = 2215693 \text{ Н} \approx 2216 \text{ кН}$$

Для проверки полученного результата, несущую способность элемента можно определить из уравнения равновесия изгибающих моментов от внешней нагрузки и внутренних усилий по формуле (22) [преобразованная формула (4)].

$$N_{\max} = \frac{x+c-d}{z} = \frac{30,762+10,916-23,275}{0,000083} = 2217228,9H = 2217кН.$$

С учётом полученной по предлагаемой методике расчёта несущей способности элемента значение коэффициента η равно:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{\max}}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{2217}{17693}} = 1,143,$$

что почти не отличается от ранее полученного значения $\eta = 1,142$.

Величина эксцентриситета продольной силы N_{\max} равна:

$$e = e_0\eta + 0,5h - a = 13,7 \cdot 1,143 + 0,5 \cdot 50 - 5 = 35,659 \text{ см}.$$

При этом, если определить несущую способность третий раз из уравнения равновесия изгибающих моментов по формуле (4), то она так же равна:

$$N_{\max} = \frac{M_{\max}}{e} = \frac{R_s b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A_s' (h_0 - a')}{e} = \frac{14,5(100) \cdot 40 \cdot 30,762(45 - 0,5 \cdot 30,762) + 355(100) \cdot 18,47 \cdot (45 - 5)}{35,659} = \frac{52846101 + 26227400}{35,659} = 2217490H = 2217кН.$$

Так как $N_{\max} = 2217 \text{ кН} > N = 2200 \text{ кН}$ несущая способность нижнего опорного сечения колонны обеспечена.

Выводы: 1. Методика расчёта внецентренно сжатых элементов, заложенная в действующих нормативных документах по случаю 2 внецентренного сжатия, когда $\sigma_s < R_s$, включает два вида напряжённо-деформированного состояния элементов, когда арматура площадью A_s в предельном состоянии элементов растянута, а также когда она окажется сжатой при напряжениях в ней $\sigma_{sc} < R_{sc}$. Для решения задач по случаю 2 внецентренного сжатия, когда $\zeta > \zeta_R$, в соответствии с действующими нормативными документами относительную высоту сжатой зоны бетона допускается принимать равной ζ_R , при этом $\sigma_s = R_s$. Это также является недостатком существующей методики расчёта по случаю 2, так как арматура площадью A_s в предельном состоянии элемента может оказаться сжатой, что существенно повлияет на его несущую способность.

2. Как показывают опыты, высота сжатой зоны бетона x существенно зависит от величины эксцентриситета e_0 , приложения продольных сил N , что не учитывается в действующих нормативных документах при использовании уравнения равновесия продольных сил и внутренних усилий.

3. На основании теоретических исследований и примеров расчёта, также установлено, что при определении высоты сжатой зоны бетона x из решения кубического уравнения, полученного путём совместного решения ряда уравнений, отражающих напряжённо-деформированное предельное состояние элемента, несущая способность получается одинаковой при определении ее по любым расчётным формулам, возможным к использованию в изложенной методике расчёта. По мнению автора статьи, это является существенным преимуществом по сравнению с существующими методами расчёта, в которых при использовании уравнения равновесия продольных сил получается одно значение x , а из уравнения равновесия изгибающих моментов – другое.

4. Совместное решение вышеуказанных, а также дополнительных уравнений, отражающих напряжённо-деформированное предельное состояние элементов, даёт возможность получить более высокую сходимость расчётной несущей способности с опытной, а также повысить долговечность и надёжность внецентренно сжатых элементов при их эксплуатации.

5. Разработанные автором статьи расчёты внецентренно сжатых элементов для четырёх случаев внецентренного сжатия, вместо двух – как изложено в нормативных документах, полностью охватывают весь спектр возможных случаев напряжённо-деформированного предельного состояния элементов в зависимости от величины эксцентриситета e_0 продольной силы N_{\max} , когда напряжение в продольной арматуре площадью A_s в предельном состоянии элемента может иметь различные значения – от предельных напряжений растяжения равных R_s до предельных напряжений сжатия равных R_{sc} , что соответствует требованиям Европейских норм по железобетону, в частности Еврокода 2 (2003).

Литература

1. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М., 2002.
2. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжёлого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003) / ЦНИИПромзданий, НИИЖБ. – М. : ЦНИИПромзданий, 2005. – 214с.
3. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003.
4. Старишко, И.Н. Варианты и случаи, предлагаемые для расчётов внецентренно сжатых элементов / И.Н. Старишко // Бетон и железобетон. – 2012. – № 3. – С. 14–20.
5. Саунин, В.И. Несущая способность внецентренно сжатых бетонных и железобетонных элементов / И.Н. Старишко // Вестник СибАДИ. Выпуск 2 (30). – 2013. – С. 51 – 56.
6. Старишко, И.Н. Совершенствование теории расчётов внецентренно сжатых железобетонных элементов путём совместного решения уравнений, отражающих их напряжённо-деформированное состояние / И.Н. Старишко // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 5 (34). – С. 72–81.
7. Мордовский, С.С. Расчёт внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением диаграмм деформирования / С.С. Мордовский // Бетон и железобетон. – 2012. – № 2. – С. 11–15.
8. Особенности методики расчёта колонн, усиленных композитными материалами / А.Н. Болгов, С.Н. Иванов, Д.В. Кузеванов, В.В. Фаткуллин // Бетон и железобетон. – 2012. – №1. – С. 14–17.
9. Мухамедиев, Т.А. К вопросу расчёта внецентренно сжатых железобетонных элементов по СНиП 52 – 01 / Т.А. Мухамедиев, Д.В. Кузеванов // Бетон и железобетон. – 2012. – № 2. – С. 21–23.

10. Краковский, М.Б. Программа «ОМ СНиП Железобетон» для расчёта железобетонных конструкций по СП 63.12220. 2012 / М.Б. Краковский // Бетон и железобетон. – 2013. – № 1. – С. 23–26.

11. Старишко, И.Н. Методика расчёта несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов: анализ и предложения по её совершенствованию / И.Н. Старишко // Вестник МГСУ. – 2014. – № 4. – С. 107–117.

12. Старишко, И.Н. Расчёт несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов при различных значениях эксцентриситетов приложения продольных сил / И.Н. Старишко // Строительная механика инженерных сооружений. – 2015. – № 5. – С. 21–33.

13. Бамбура, А.Н. Особенности расчёта колонн высотного здания, усиленных при реконструкции железобетонными обоймами / А.Н. Бамбура, И.Р. Сазонова // Бетон и железобетон – пути развития / Материалы II-й Всероссийская (Международная) конференция по бетону и железобетону. Том 2. – М. : НИИЖБ, 2005. – С. 328–333.

14. Санжаровский, Р.С. Устойчивость пространственных железобетонных конструкций в нелинейной постановке / Р.С. Санжаровский, Д.О. Астафьев, И.А. Фёдорова // Бетон и железобетон – пути развития / Материалы II-й Всероссийская (Международная) конференция по бетону и железобетону. Том 2 – М. : НИИЖБ, 2005. – С. 588–594.

15. Горбатов, С.В. Расчёт прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов прямоугольного сечения на основе нелинейной деформационной модели / С.В. Горбатов, С.Г. Смирнов // Вестник МГСУ. – 2011. – № 2.

16. Фардиев, Р.Ф. Применение теории составных стержней к определению характера распределения напряжений в поперечном сечении усиленного внецентренно сжатого элемента / Р.Ф. Фардиев, А.Х. Ашрапов // Известия КГАСУ. – 2015. – № 4 (34) – С. 363–367.

17. Фардиев, Р.Ф. Расчёт внецентренно сжатого элемента усиленного железобетонной обоймой с учётом предыстории нагружения и нелинейных свойств бетона / Р.Ф. Фардиев, Ф.А. Каюмов, И.И. Мустафин // Известия КГАСУ. – 2011. – № 1 (15). – С. 109–114.

18. Фардиев, Р.Ф. Исследование усиленных обоймой внецентренно сжатых железобетонных элементов с учётом напряжённого состояния до усиления / Р.Ф. Фардиев, А.И. Мустафин // Интеграция, партнёрство и инновации в строительной науке и образовании : сборник материалов Международной научной конференции / Ответственные редакторы: Т.И. Квитка, И.П. Молчанова. – М. : МГСУ, 2012. – С. 152–157.

19. Об особенностях методик расчёта внецентренно сжатых железобетонных элементов [Электронный ресурс] / И.И. Евтушенко, Р.Н. Вахидов, А.Л. Барамия [и др.] // Электронный журнал «Инженерный вестник Дона». – 2017. – № 4. – Режим доступа: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_248_Evtushenko.pdf_608b3db037.pdf (дата обращения 23.08.2019).

20. Eurocode 2 – Design of concrete. Part 1. General rules and rules for buildings. – Brussel GEN. April 2003. – P. 225.

References

1. SNiP 2.03.01-84*. Betonnyye i zhelezobetonnyye konstruksii [SNiP 2.03.01-84*. Concrete and reinforced concrete structures]. Moscow, 2002. (In Russ.)

2. Posobie po proektirovaniyu betonnykh i zhelezobetonnykh konstruksii iz tyazhelogo betona bez predvaritel'nogo napryazheniya armatury (to SP 52-101-2003) [Manual on the design of concrete and reinforced concrete structures made of heavy concrete without prestressing the reinforcement (to joint venture 52-101-2003)]. Moscow, TsNIIpromzdaniy Publ., 214 p.

3. SP 63.13330.2012. Betonnyye i zhelezobetonnyye konstruksii. Osnovnyye polozheniya. Aktualizirovannaya redaktsiya TsNiP 52-01-2003 [SP 63.13330.2012. Concrete and reinforced concrete structures. The main provisions. Updated edition of SNiP 52-01-2003].

4. Starishko I.N. Varianty i sluchai, predlagaemye dlya raschetov vnetsentrenno szhatykh elementov [Variants and cases proposed for calculations of eccentrically compressed elements]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]*, 2012, no. 3, pp.14–20. (In Russ.)

5. Saunin V. I. Nesushchaya sposobnost' vnetsentrenno szhatykh betonnykh i zhelezobetonnykh elementov [Bearing capacity of eccentrically compressed concrete elements]. *Vestnik SibADI [The Russian Automobile and Highway Industry Journal]*, 2013, Is. 2 (30), pp. 51–56. (In Russ.)

6. Starishko I.N. Sovershenstvovanie teorii raschetov vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov putem sovmestnogo resheniya uravnenii, otrazhayushchikh ikh napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie [Improvement of the theory of calculations of eccentrically compressed concrete elements by solving equations, reflecting their stress-strain state]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of civil engineers]*, 2012, no. 5 (34), pp. 72–81. (In Russ., abstr.in Engl.)

7. Mordovskij S.S. Raschet vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov s primeneniem diagramm deformirovaniya [Calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements with the use of the deformation diagrams]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]*, 2012, no. 2, pp. 11–15. (In Russ.)

8. Bolgov A.N., Ivanov S.N., Kuzevanov D.V., Fatkullin V.V. Osobennosti metodiki rascheta kolonn, usilennykh kompozitnymi materialami [Features of the method of calculation of columns reinforced with composite materials]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]*, 2012, no. 1, pp. 14–17. (In Russ.)

9. Muhamediev T.A., Kuzevanov D.V. K voprosu rascheta vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov po SNiP 52 – 01 [To the question of the calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements according to SNiP 52 – 01]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]*, 2012, no. 2, pp. 21–23. (In Russ.)

10. Krakovskij M.B. Programma «ОМ SNiP Zhelezobeton» dlya rascheta zhelezobetonnykh konstruksii po SP 63.12220. 2012

[Program "OM SNiP reinforced Concrete" for the calculation of reinforced concrete structures on SP 63.12220. 2012]. *Beton i zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]*, 2013, no. 1, pp. 23–26. (In Russ.)

11. Starishko I.N. Metodika rascheta nesushchei sposobnosti vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov: analiz i predlozheniya po ee sovershenstvovaniyu [Methods of calculating the bearing capacity of eccentrically compressed reinforced concrete elements: analysis and suggestions for its improvement]. *Vestnik MGSU*, 2014, no. 4, pp.107–117. (In Russ., abstr. In Engl.)

12. Starishko I.N. Raschet nesushchei sposobnosti vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov pri razlichnykh znacheniyakh ekstsentrisitetov prilozheniya prodol'nykh sil [Calculation of bearing capacity of eccentrically compressed concrete elements with different values of eccentricities application of longitudinal forces]. *Stroitel'naya mehanika inzhenernykh sooruzhenij [Construction mechanics of engineering structures]*, 2015, no. 5, pp.21–33. (In Russ., abstr. In Engl.)

13. Bambura A.N., Sazonova I.R. Osobennosti rascheta kolonn vysohnogo zdaniya, usilennykh pri rekonstruktsii zhelezobetonnyimi oboimami [Peculiarities of calculation of the columns of a high rise building, reinforced in the reconstruction of the concrete collars]. *Materialy II-i Vserossiiskoi (Mezhdunarodnoi) konferentsii po betonu i zhelezobetonu "Beton i zhelezobeton – puti razvitiya" [Materials of the 2nd all-Russian (international) conference on concrete and reinforced concrete "Concrete and reinforced concrete – ways of development"]*, Tom 2. Moscow, NIIZhB Publ., 2005, pp. 328–333. (In Russ.)

14. Sanzharovskij R.S., Astaf'ev D.O., Fjodorova I.A. Ustoichivost' prostranstvennykh zhelezobetonnykh konstruksii v nelineinoi postanovke [Stability of spatial reinforced concrete structures in non-nonlinear formulation]. *Materialy II-j Vserossiiskoj (Mezhdunarodnoi) konferentsii po betonu i zhelezobetonu "Beton i zhelezobeton – puti razvitiya" [Materials of the 2nd all-Russian (international) conference on concrete and reinforced concrete "Concrete and reinforced concrete – ways of development"]*, Tom 2. Moscow, NIIZhB Publ., 2005, pp. 588–594. (In Russ.)

15. Gorbatov S.V., Smirnov S.G. Raschet prochnosti vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov pryamougol'nogo secheniya na osnove nelineinoi

deformatsionnoi modeli [Calculating the strength of eccentrically compressed reinforced concrete elements with rectangular cross section on the basis of nonlinear deformation model]. *Vestnik MGSU*, 2011, no.2.

16. Fardiev R.F., Ashrapov A.H. Primenenie teorii sostavnykh sterzhnei k opredeleniyu kharaktera raspredeleniya napryazhenii v poperechnom sechenii usilennogo vnetsentrenno szhatogo elementa [Application of the theory of composite rods to the determination of the nature of stress distribution in the cross section of a reinforced eccentric compressed element]. *Izvestiya KGASU [News of the KSUAE]*, 2015, no. 4 (34), pp. 363–367. (In Russ., abstr. In Engl.)

17. Fardiev R.F., Kajumov F.A., Mustafin I.I. Raschet vnetsentrenno szhatogo elementa usilennogo zhelezobetonnoi oboimoi s uchedom predystorii zagruzheniya i nelineinykh svoystv betona [Calculation of eccentrically compressed reinforced concrete element of the clip taking into account the history of load cases and nonlinear properties of concrete]. *Izvestiya KGASU [News of the KSUAE]*, 2011, no. (15), pp. 109–114.

18. Fardiev R.F., Mustafin A.I. Issledovanie usilennykh oboimoi vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov s uchedom napryazhennogo sostoyaniya do usileniya [Investigation of enhanced clip of eccentrically compressed reinforced concrete elements taking into account the stress state to gain]. *Integratsiya, partnerstvo i innovatsii v stroitel'noi nauke i obrazovanii: sbornik materialov Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii, red. T.I. Kvitka, I.P. Molchanova [In T.I. Kvitka, I.P. Molchanova (eds.) "Integration, partnership and innovations in construction Sciences and education, the environment: collection of materials of the International Scientific Conference]*. Moscow, MGSU Publ., 2012, pp. 152–157. (In Russ.)

19. Evtushenko I.I., Vahidov R.N., Baramija A.L., Pustovalov S.A., Zotov V.V., Nor-Arevjan S.L., Nuriev V.Je. Ob osobennostyakh metodik rascheta vnetsentrenno szhatykh zhelezobetonnykh elementov [On the peculiarities of the methods of the calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements] [Elektronnyi resurs]. *Inzhenernyi vestnik Dona [Engineering journal of Don]*, 2017. URL: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_248_Evtushenko.pdf_608b3db037.pdf (accessed 23.08.2019). (In Russ., abstr. In Engl.)

20. Eurocode 2 – Design of concrete. Part 1. General rules and rules for buildings. Brussel GEN, April 2003, p. 225.

Старишко Иван Николаевич (Вологда). Кандидат технических наук. Доцент кафедры "Автомобильные дороги" ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный университет» (160000, г. Вологда, ул. Ленина, 15. ВоГУ). Эл.почта: starishkoi@mail.ru

Starishko Ivan Nikolaevich (Vologda). Candidate of Technical Science, Associate Professor at the Department "Automobile Roads" of Vologda State University (15 Lenin Street, Vologda, 160000. VoGU). E-mail: starishkoi@mail.ru