

Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях

И.А.Мамиева, РУДН, Москва

В связи с ростом интереса к проектированию, расчёту и применению архитектурно-строительных конструкций и сооружений в форме разнообразных гладких и составных поверхностей было бы интересно проиллюстрировать применение аналитических поверхностей для формообразования зданий, сооружений и строительных конструкций. Использование аналитических поверхностей активно внедряется в параметрической архитектуре. Параметрическая архитектура – это уникальный стиль, в котором взаимосвязаны такие понятия, как скульптура, математика и архитектура. Параметрическое проектирование, в отличие от других стилей, имеет взаимосвязь с математикой. Цифровое проектирование должно учитывать соотношение между возводимым зданием, окружением и человеческим фактором. В Инженерной академии Российского университета дружбы народов разработана классификация всех существующих аналитических поверхностей. Она содержит более шестисот поверхностей, реализованных средствами компьютерной графики, которые разделены на 38 классов. В настоящей статье приводится перечень известных аналитических поверхностей, реализованных в реальных сооружениях и зданиях, и каждая поверхность иллюстрируется фотографией только одного реального сооружения, очерченного по этой поверхности. В статье не рассматриваются составные, многогранные, фрактальные поверхности, а также поверхности, не задаваемые аналитически. Выяснилось, что в мире нашли применение только 43 поверхности из шестисот, описанных в научной литературе.

Ключевые слова: параметрическая архитектура, архитектурные композиции, геометрия поверхностей, формообразование поверхностей, классификация поверхностей, оболочка, большепролетные оболочечные структуры

Analytical Surfaces for Parametric Architecture In Modern Buildings and Erections

I.A. Mamieva, RUDN University, Moscow

In connection with the growing interest in the design, calculation and application of architectural structures and structures in the form of various smooth and composite surfaces for forming of buildings, erections, and building structures. The application of analytical surfaces is inculcated actively in parametric architecture. Parametric architecture is a unique style in which such concepts as sculpture, mathematics and architecture are interconnected. Parametric design in contrast to other styles has a relationship with mathematics. Digital design should take

into account the relationship between the building being built, the environment and human factors. In the Academy of Engineering of Peoples' Friendship University of Russia, a classification of all existing analytical surfaces is worked out. It contains more than 600 surfaces, realized by the methods of computer graphics, and these surfaces are divided into 38 classes. The article provides a list of known analytical surfaces and each surface is illustrated by a photograph of only one real structure, outlined on this surface. Compound, polyhedral, fractal surfaces, and surfaces that cannot be given by analytical equations, are not presented in the paper. It turned out that only 43 of the 600 surface names described in the scientific literature were used in the World.

Keywords: parametric architecture, architectural compositions, surface geometry, shaping surfaces, surface classification, shell, large span shell structures

В настоящее время известно более шестисот аналитических поверхностей, которые можно сгруппировать в 38 классов. Аналитические поверхности – это поверхности, которые можно задать векторными, параметрическими или явными уравнениями [1]. Имеется несколько вариантов наглядных классификаций аналитических поверхностей, наиболее полные из них представлены в работах [2; 3]. В некоторых работах, например [4–8], предпринимались попытки выявить наиболее популярные среди архитекторов аналитические поверхности, которые использовались для проектирования форм общественных, жилых и промышленных зданий. Параметрическая архитектура – новый стиль в архитектуре, основанный на аналитических методах задания поверхностей, математическом и компьютерном моделировании [9]. В ряде работ, связанных с проектированием объектов в форме аналитических поверхностей, допускаются ошибки в названии поверхностей или встречаются разночтения [10].

В настоящей статье будут представлены преимущественно:

- наиболее известные воплощённые на практике тонкостенные сооружения-оболочки, срединные поверхности которых описываются аналитическими уравнениями;
- сооружения, в проектировании которых принимали участие виднейшие архитекторы;
- сооружения, имеющие наиболее оптимальные технико-экономические параметры;
- сооружения, отмеченные призами и занимающие высокие места в различных рейтингах профессиональных ассоциаций и журналов.

Но, в основном, в рамках проводимого исследования было принято решение о применении случайного поиска объектов во время творческих командировок автора и студентов магистратуры РУДН по направлению «Архитектура, геометрия и расчёт тонкостенных пространственных структур». Большинство авторских фотографий публикуется впервые. Каждая аналитическая поверхность иллюстрируется только одним сооружением и даётся ссылка на источник, в котором приводится наибольшее число примеров применения рассматриваемой поверхности.



Рис. 1. Скульптурная композиция из торсовых оболочек, полученных параболическим изгибанием тонких металлических листов. Дублин, Ирландия Фото И.А. Мамиевой

Линейчатые поверхности

Линейчатые поверхности делятся на поверхности отрицательной и нулевой гауссовой кривизны. Развёртывающиеся поверхности нулевой гауссовой кривизны бывают торсовые с ребром возврата и вырожденные развёртывающиеся, к которым относятся: конические, цилиндрические и плоскость.

Торсовые поверхности

В энциклопедии [1] рассматриваются 37 торсовых поверхностей различных типов, однако только архитектор Джесс Маерттерер (Jess Maertterer) запроектировал покрытие из фрагментов торсов, получаемых параболическим изгибанием металлических полос. Это музей современного искусства MARTa (MARTa) в Херфорде (Германия). Сооружения этого типа в настоящее время проектирует архитектор Фрэнк Гери (Frank Gehry) [11]. В некоторых скульптурных композициях используются торсы, выполненные параболическим изгибанием тонких плоских металлических заготовок (рис. 1). Остальные предложения по применению торсовых поверхностей в строительстве представлены в виде эскизов и описаний [12–14]. Наиболее широко они применяются в судостроении и машиностроении [15].

Конические поверхности

Эти поверхности относятся к наиболее широко применяемым поверхностям в архитектуре [16].

Коническая поверхность вращения. Выделить какое-нибудь сооружение как знаковое – трудно. В качестве иллюстрации приведём коническую стелу из нержавеющей стали (Дублин, Ирландия) (рис. 2).



Рис. 2. Стела из нержавеющей стали высотой 121,2 м. Дублин, Ирландия. Архитектор Я. Ричи. Фото И.А. Мамиевой



Рис. 3. Торговый центр Хаас-Хаус. Вена, Австрия: здание, составленное из нескольких круговых цилиндров разного диаметра. Фото И.А. Мамиевой

Наклонную круговую коническую поверхность архитекторы используют редко, но для Музея стекла в Такоме (США, 2002) архитектор Артур Эриксон (Arthur Erickson) её использовал удачно.

Цилиндрические поверхности используются в архитектуре и строительстве с давних времен. Для некоторых строительных конструкций – это единственно возможная форма: трубопроводы, подземные коммуникации, башни и др. Цилиндрические формы сооружений были особенно популярны в начале XX века (архитектурный стиль «деко»). Условно цилиндрические сооружения можно разделить на сооружения с вертикальными, горизонтальными и наклонными относительно земной поверхности осями.

Цилиндрическую поверхность вращения можно встретить в любом городе мира. В Москве эту поверхность вращения активно пропагандировал архитектор К.С. Мельников, который считал, что круглая форма позволяет экономить строительные материалы. Построенный в 1927–1929 годах так называемый «Дом Мельникова» стал знаменитым монументом советского авангарда в архитектуре. На рисунке 3 показано здание, составленное из нескольких вертикальных цилиндров разного диаметра.

Эллиптический цилиндр применялся ещё в древние времена. В подтверждение этого можно указать на каменное сооружение эллиптической формы в плане, 149 м длиной, 124 м шириной и 36 м в высоту, возведённое в городе Эль-Джем (Тунис, II–III век). В настоящее время архитекторы тоже не забывают про архитектурные достоинства вертикально поставленного эллиптического цилиндра. Так, архитектурная концепция многофункционального выставочно-гостиничного комплекса в Москве на Краснопресненской набережной, 14, разработанная фирмой «Заха Хадид Архитектс» («Zaha Hadid Architects»), предполагает возведение двух эллиптических в плане высотных зданий (рис. 4).

Параболический цилиндр можно видеть в параболических сводах, что можно проиллюстрировать на примере ангара в Орли близ Парижа (Франция, 1916–1924) (рис. 5). Знаменитый французский инженер Э. Фрейссинет (E. Freyssinet) запроектировал и построил в 1905 году также цилиндрическую параболическую оболочку для перекрытия 30-метрового пролёта завода в Монлюсоне (Франция).

Цилиндрическая винтовая полоса. Необходимость в применении этой поверхности вызвана технологическими требованиями к ограждениям винтовых пандусов для автомобилей и винтовых пешеходных лестниц (рис. 6).

Цилиндрикоконическая винтовая полоса встречалась как в глубокой древности, например, спиральный минарет в городе Самарра, (Ирак, 836), который на момент постройки был самым крупным сооружением исламского мира [11], так и используется и в современных сооружениях (рис. 7). Её можно видеть в форме фасада музея Гуггенхайма в Нью-Йорке (США, архитектор Ф.Л. Райт) или Немецкого исторического музея в Берлине [архитектор И.М. Пей (I.M. Pei), 2001].

Наклонная круговая цилиндрическая поверхность. В настоящее время проектирование наклонных сооружений стало одним из трендов современной высотной архитектуры. В качестве иллюстрации применения рассматриваемой поверхности в современной архитектуре можно указать на



Рис. 4. Гостиничный комплекс по проекту фирмы Заха Хадид Архитектс (Zaha Hadid Architects) (источник: https://www.arendator.ru/data/photos/objects/30/30508/abc-photo-6041727_1280x0.jpg)

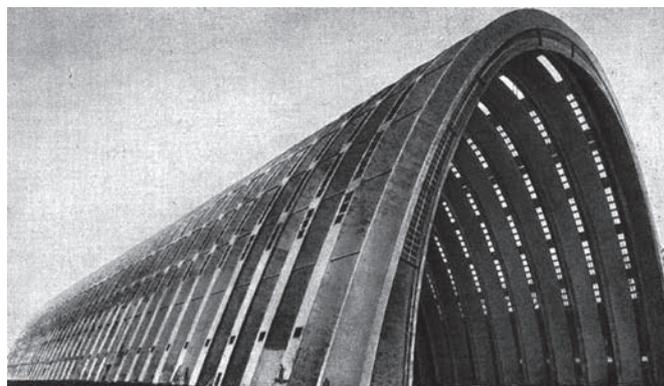


Рис. 5. Ангар в Орли близ Парижа. Инженер Э. Фрейссинет. 1916–1924 годы



Рис. 6. Цилиндрическая винтовая полоса. ТЦ «Калужский». Москва. Фото И.А. Мамиевой

скруглённый цилиндрический консольный вынос лекционно-го здания Каролинского медицинского института (Швеция), который стал одной из самых ярких архитектурных деталей этого здания.

Цилиндрическая поверхность с плоской направляющей кривой знакопеременной кривизны взята за основу при проектировании стеклянной Фондовой оранжереи Главного



Рис. 7. Пример цилиндрической винтовой структуры: Церковь Риббон Чэпел. Архитектор Хироши Накамура. Оно-мичи (префектура Хиросима, Япония). 2013 год

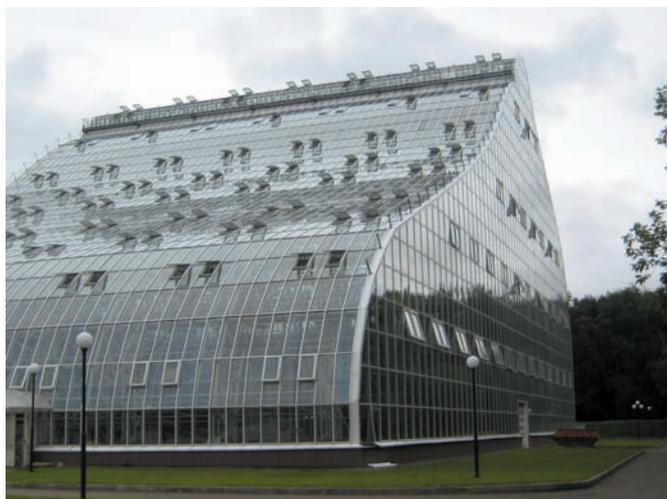


Рис. 8. Фондовая оранжерея Главного ботанического сада РАН. Москва. Фото И.А. Мамиевой

ботанического сада РАН им. Н.В. Цицина (рис. 8) в Москве. Генеральный проектировщик – ОАО «Стройпроект».

Линейчатые поверхности отрицательной гауссовой кривизны

Из 36 наименований косых линейчатых поверхностей нашли применение в архитектуре только шесть. Линейчатые поверхности отрицательной гауссовой кривизны не могут быть развернуты на плоскость без разрывов и складок.

Прямой геликоид. Известны четыре вида линейчатых геликоидальных (винтовых) поверхностей отрицательной гауссовой кривизны и торс-геликоид нулевой гауссовой кривизны. Их можно видеть в конструкциях машин и в формах специального строительного оборудования. Прямые геликоиды – это пандусы и ramпы многоэтажных гаражей. В гражданском и жилищном строительстве широко применяются винтовые лестницы, где при проектировании за их основу берутся прямые геликоиды (рис. 9).

Однополостный гиперболоид вращения воплощён в сотнях градирен. Его можно видеть в форме здания планетария в городе Сан-Луи (США) (рис. 10). Наиболее полно возможности

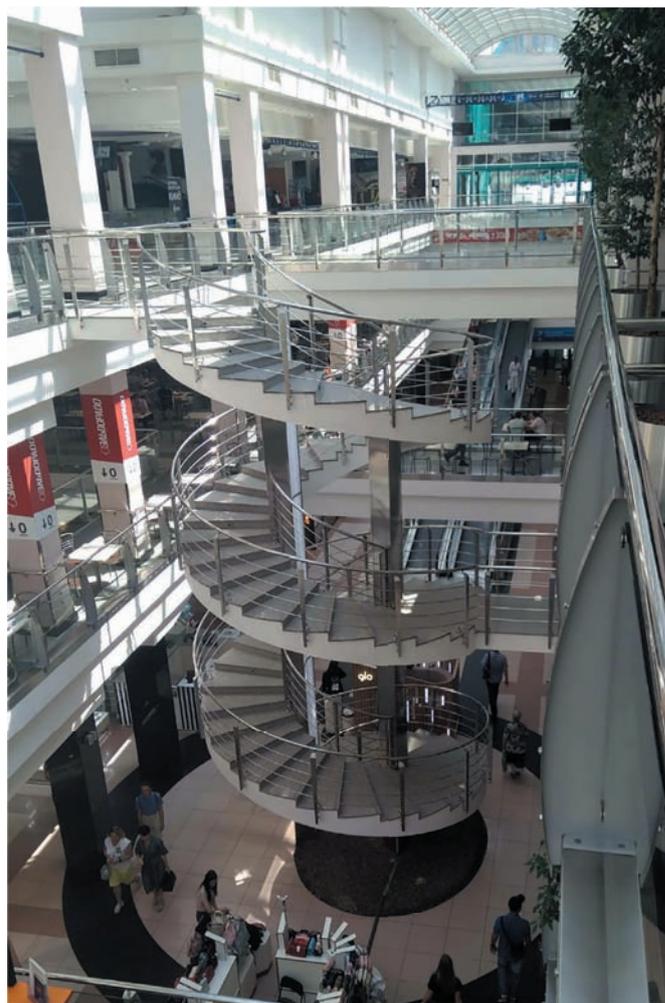


Рис. 9. Винтовая лестница. ТЦ «Калужский». Москва. Фото И.А. Мамиевой

этих поверхностей для архитектуры описаны в статье [17].

Коноиды встречаются как в форме покрытий, стен, так и в виде элементов потолка сооружения. Впервые коноидные оболочки появились во Франции, затем в Чехословакии, Италии и особенно в Польше благодаря В. Залевскому [4; 18]. Эта линейчатая поверхность в руках опытных архитекторов становится архитектурной достопримечательностью и знаковым сооружением города или архитектора.

Прямой синусоидальный коноид прославил знаменитый испанский архитектор А. Гауди, взяв её за основу покрытия дешёвой школы для детей строителей собора в Барселоне (рис. 11). Некоторые архитекторы это сооружение называют гениальным. Другой всемирно-известный испанский архитектор С. Калатрава распространил идею А. Гауди по применению синусоидального коноида на скульптуру «Волна», которую установили перед музеем в Далласе (США) в 2000 году [18].

Параболический коноид выбран для железобетонного покрытия Летнего театра в Щецине (Польша, 1998). Пролёт оболочки – 60,68 м, длина – 43,3 м, высота – 22,73 м, толщина – 8,5 см [19].

Цилиндрониды

Известно, что Ф. Кандела и японская архитектурная фирма «Ишибаши, Токугава и коллеги» (Ishibashi, Tokugawa & Associates) в своих проектах использовали цилиндрониды. Несколько примеров применения цилиндронидов в качестве покрытий зданий приведены в статье [18].

Гиперболический параболоид (гипар) – дважды линейчатая поверхность отрицательной гауссовой кривизны. С начала пятидесятых годов XX века гипары стали популярны у архитекторов. Перечислить все сооружения, в конструкциях которых использовалась форма гиперболического параболоида, невозможно – их сотни. О популярности формы гиперболического параболоида говорит и тот факт, что известный инженер Антон Тедеско (Anton Tedesco) тоже участвовал

в проектировании гипара, который, в своё время, считался самым длинным в мире [8].

Привлекательные для архитекторов математические формы из однотипных сегментов гиперболических параболоидов приведены в работе [20].

Поверхности вращения

Следующим классом поверхностей, которые инженеры и архитекторы наиболее часто используют в качестве образцов для своих сооружений, конструкций и изделий, являются поверхности вращения. Из представленных в энциклопедии [1] 60-ти поверхностей вращения, в архитектуре и строительстве применяются и будут здесь рассмотрены сферы, однополостные гиперболоиды вращения, эллипсоиды и параболоиды вращения, каплевидные формы, псевдосферические и бочкообразные поверхности, и катеноиды.

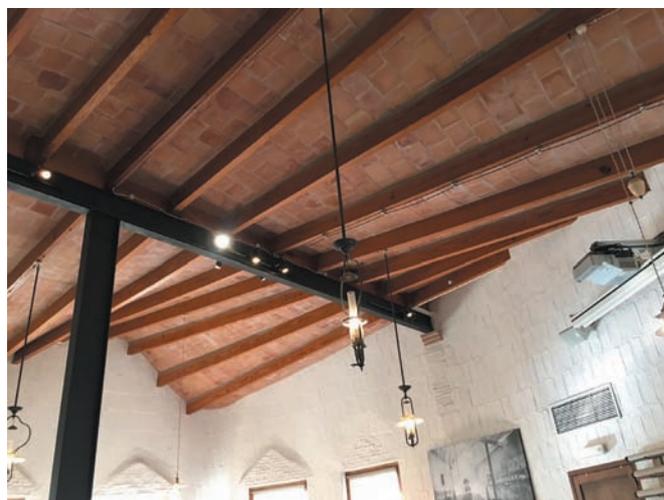
Сфера используется в четырёх типах сооружений: 1) малая архитектура (рис. 12 а), 2) сооружения в форме полной сферы (рис. 12 б), 3) сферические купола (рис. 12 в) и 4) сооружения из фрагментов сферической поверхности.



Рис. 10. Здание планетария. Город Сан-Луи, США (источник: <http://www.wikilou.com/1.27.0/images/f/ff/McDonnell-Planetarium.jpg>)



а)



б)

Рис. 11. Школа с коноидальной крышей. Барселона, Испания: а) стены школы – из кирпича без облицовки; б) металлические балки совпадают с прямыми образующими коноида. Фото И.А. Мамиевой

Новое здание оперы в Сиднее (Австралия) является одной из самых знаменитых достопримечательностей Австралии [21]. Здесь поверхность половины каждой оболочки представляет собой фрагмент сферы. Одной из причин замены формы эллиптического параболоида на сферическую была опасность отскакивания облицовочных плит от основы из-за разности температурных деформаций.

Псевдосфера

В научно-технической литературе не найдены примеры использования поверхности псевдосферы в строительной отрасли. Только Кеннет Брехер (Kenneth Brecher) [22] представил примеры псевдосфер, реализованных в натуре: гипсовая модель псевдосферы, сделанная В.М. Шиллингом (V.M. Schilling) в конце XIX века; большеразмерная фанерная мо-

дель псевдосферы Математика (Mathematica), выставленная в музее науки Бостона; парковая скульптура из нержавеющей стали А. Капура (А. Kapoor, 2008) (рис. 13); модель «Поверхность вращения постоянной отрицательной кривизны», автор Г. Сугимото (H. Sugimoto, 2004). Все эти математические модели служат образовательным целям. В остальных случаях имеются только предложения по применению этих оболочек вращения [23].

Параболоид вращения воплощен в форме купола собора Св. Петра в Риме, который положил начало целой серии аналогичных сооружений. Интенсивные экспериментальные и теоретические исследования параболических оболочек вращения показывают, что они востребованы практикой. Наибольшее число примеров реальных сооружений в форме параболоида вращения приведено в статьях [24–27].



а)



б)



в)

Рис. 12. Применение сферических поверхностей: а) композиция из сфер. Дублин, Ирландия; б) сферический объект. Минск, Беларусь; в) здание центрального диспетчерского пункта, управления движением в тоннелях, (Мосгортранс), Москва. Фото И.А. Мамиевой



Рис. 13. Скульптура из нержавеющей стали «Non Object». Скульптор Аниш Капур. 2008 год (источник: <https://i.pinimg.com/736x/1f/5c/15/1f5c152313d756eb550071fbc6cc9c5--anish-kapoor-land-art.jpg>)



Рис. 14. Церковь Рохускирхе. Дюссельдорф, Германия. 1955 год (источник: <https://media-cdn.tripadvisor.com/media/photo-s/14/0f/e4/41/st-rochuskirche.jpg>)

Эллипсоид вращения

Форма зданий в виде эллипсоидов вращения не только придаёт зданиям и конструкциям архитектурную выразительность, но и обеспечивает им некоторые преимущества в распределении внутренних силовых факторов. Есть много примеров применения эллипсоидов вращения в строительной индустрии. Особенно подробно этот вопрос освещается в работах [4; 11; 28]. В качестве яркой иллюстрации функциональности и архитектурной выразительности этой формы приведём церковь в Дюссельдорфе, архитектор П. Шнейдер (P. Schneider) (рис. 14).

Катеноид

Инновационный проект трёхэтажного павильона с пустотелыми колоннами в форме катеноида представил Б. Жанетт (B. Janett). Эта форма выбрана для обеспечения плавного перехода от стен к потолку [29].

Выбор формы покрытия из полиэстера стержневой структуры в парке города Керетаро (Мексика) [7] был продиктован требованием минимального веса конструкции [30]. Система катеноидных оболочек из монолитного железобетона толщиной 40 см формирует структуру Национального театра Тайваня в городе Тайчунг Сити (Taichung City). Архитектурный проект выполнен Т. Ито (Тоюо Ито) и архитектурной группой «Да-Джу Архитектс» (Da-ju Architects).

Бочкообразная поверхность

Очень часто это название поверхности используется архитекторами для обозначения группы поверхностей вращения с произвольным плоским меридианом, обращённым своей вершиной в сторону противоположную от оси вращения. Тем не менее с математической точки зрения такой аналитической поверхности не существует, так как в этом случае требуется уточнение формы меридиана. Бочкообразная поверхность взята за основу формы здания «Дом-яйцо» в Москве (рис. 15.) К сожалению, часто в научно-технической литературе не уточняют форму меридиана, а приводят только габаритные размеры сооружения.

Каплевидная поверхность

Эта группа поверхностей включает в себя поверхности вращения, совпадающие с формой капли жидкости, лежащей на горизонтальной плоскости.

Форма капли была выбрана за основу здания главного испытательного стенда Всесоюзного электротехнического института в городе Истре Московской области. Диаметр сооружения – 234 м, высота – 112 м. К сожалению, в 1984 году, сразу после возведения здание саморазрушилось. Гигантский комплекс Народного театра в форме капли, запроектированный знаменитым французским архитектором П. Андрэ (Paul Andre), стал символом Китая. Длина здания театра достигает 212 м, его ширина равна 143 м, а высота – 46 м. Во всех публикациях форму театра считают каплевидной, хотя с точки зрения аналитической геометрии это не так. Повидимому, это – фрагмент трёхосного эллипсоида.

Пуля (Bullet Nose)

Верхняя часть лондонского небоскрёба «30 St Mary Axe» начиная с 17-го этажа (Foster and Partners, Emporis Skyscraper Award in 2003), стеклянный павильон на выставке в Кёльне (Cologne, 1914), высотное здание в Баку (Азербайджан) (рис. 16) и некоторые другие сооружения по форме близки к поверхности «пуля» (рис. 17).

Поверхности переноса

Их очень любят архитекторы и инженеры-строители и часто используют в качестве покрытий рынков, торговых центров и спортивных площадок.



Рис. 15. «Дом-яйцо» на улице Машкова, Москва. Фото И.А. Мамиевой



Рис. 16. Высотное здание. Баку, Азербайджан. Фото И.А. Мамиевой

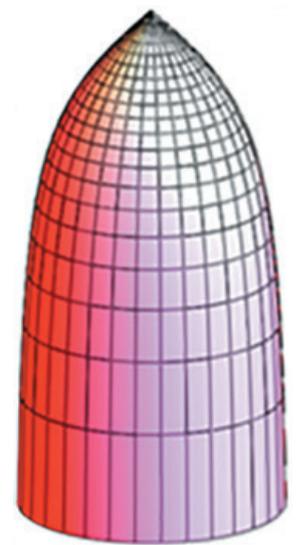
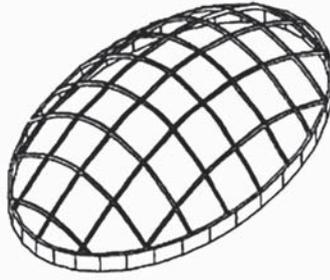


Рис. 17. «Bullet Nose». Конструктивная схема поверхности «пуля»



а)



б)



в)

Рис. 18. Применение поверхностей переноса в архитектуре сооружений а) Черемушкинский рынок. Москва (круговая поверхность переноса). Фото И.А. Мамиевой; б) схема расположения параболических арок спортзала. Венгрия; в) пологое железобетонное покрытие Некрасовского (Мальцевского) рынка. Санкт-Петербург

Поверхности прямого переноса обычно используют в качестве модели оболочек на прямоугольном или квадратном плане (рис. 18 а).

Поверхности диагонального переноса образуются параллельным переносом плоской кривой так, что две её симметричные точки непрерывно касаются плоского контура. Например, в Венгрии построен спортивный зал на эллиптическом плане с размерами в осях 93×61 м и высотой 10,5 м (рис. 18, б).

Велароидальными поверхностями называют поверхности переноса с образующей кривой, которая меняет при движении свою кривизну так, чтобы в результате получалась поверхность на плоском прямоугольном плане [31]. В качестве примера можно указать на пологое железобетонное покрытие Некрасовского рынка в Санкт-Петербурге, срединная поверхность которого представляет собой велароидальную поверхность на плоском квадратном плане 54×54 м (архитекторы Евдокимов С.И., Голынкин О.Б., Вланин Г.М.; инженер Ильина В.А.) (рис. 18 в). Открытие рынка – осень 1960 года. Велароидальные поверхности на кольцевом плане реального воплощения пока не нашли [32].

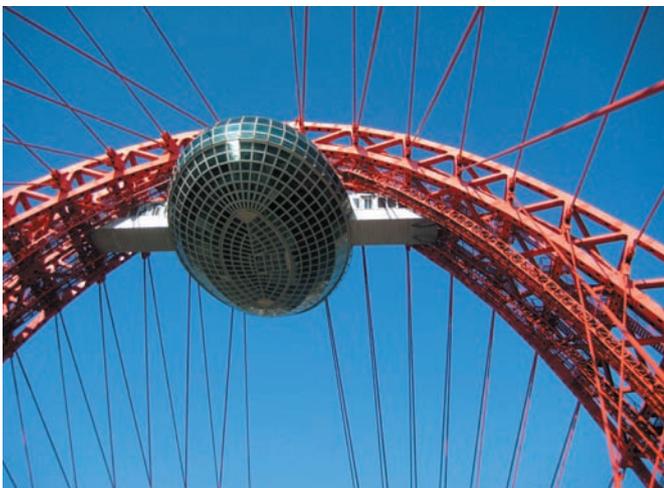


Рис. 19. Смотровая площадка, Живописный мост. Москва. Фото И.А. Мамиевой

Поверхности второго порядка

Большинство этих поверхностей включены в другие классы поверхностей в качестве подклассов. Это – цилиндрические поверхности вращения, эллиптические и параболические цилиндры, конические поверхности вращения, эллипсоиды вращения, однополостные гиперболоиды и параболоиды вращения. Хорошо известны гипары, используемые в качестве покрытий [8; 33].

Рассмотрим оставшиеся две поверхности второго порядка.

Трёхосный эллипсоид

Применение этой поверхности проиллюстрируем на примере смотровой площадки, которая расположена на вершине двухуровневого вантового московского Живописного моста (архитектор Н. Шумаков) (рис. 19). Капсула выполнена из стали и стекла, 33 м в длину, 24 м в ширину, 13 м высотой. Торжественное открытие сооружения состоялось 27 декабря 2007 года.

Эллиптический параболоид

Эллиптический параболоид на эллиптическом плане 96×64 м представлен на рисунке 18 б.

Железобетонный купол Смитфилдовского рынка (the Smithfield Poultry Market) в Лондоне был построен в 1961–1963 годах на месте старого рынка. Новое здание было запроектировано в форме эллиптического параболоида с размерами $68,6 \times 38,12$ м в плане, 9,1 м высотой. Толщина оболочки в вершине – 7,5 см, в углах – 20 см. На момент строительства это была самая большая тонкостенная железобетонная оболочка.

Винтовые поверхности

Винтовая поверхность образовывается произвольной кривой при её винтовом движении, когда образующая кривая равномерно вращается вокруг оси вращения и одновременно совершает поступательное перемещение в направлении этой же оси.

Обыкновенные винтовые поверхности

К этому типу винтовых поверхностей относятся рассмотренные ранее прямой геликоид и цилиндрическая винтовая полоса, а также псевдо-развертывающийся геликоид.

Псевдоразвертывающийся геликоид. В начале XXI века архитекторы обратили внимание на коробчатые поверхности на базе кругового цилиндра [11; 34]. Во многих крупных городах построены небоскрёбы в форме закрученного стержня прямоугольного поперечного сечения. Есть и другие объекты, имеющие такую форму (рис. 20).

Круговые винтовые поверхности

В зависимости от положения образующей окружности круговые винтовые поверхности делятся на четыре группы, из которых в архитектуре нашли применение две группы: трубчатая винтовая поверхность и прямая круговая винтовая поверхность.

Трубчатая винтовая поверхность. Трубчатые винтовые поверхности используются при проектировании винтовых сплошных и пустотелых пружин, в змеевиках круглого сечения или для придания колонне формы винтового столба.

Прямая круговая винтовая поверхность образовывается при обыкновенном винтовом движении окружности постоянного радиуса, расположенной в плоскости, перпендикулярной винтовой оси. На рисунке 21 поверхность винтового столба имеет четыре производящие окружности, аналогично внутренним колоннам церкви Св. Магдалены (XVI век, Испания).

Винтовые поверхности с произвольными плоскими образующими кривыми образуются некоторой линией,

вращающейся около оси и одновременно поступательно движущейся по направлению этой оси, причём скорости этих движений пропорциональны. Практически на любой городской детской площадке можно встретить горку, в которой жёлоб для скатывания представляет собой эту поверхность (рис. 22).



Рис. 20. Закрученные кирпичные столбы, каждая из четырёх граней которого представляет собой псевдоразвёртывающийся геликоид

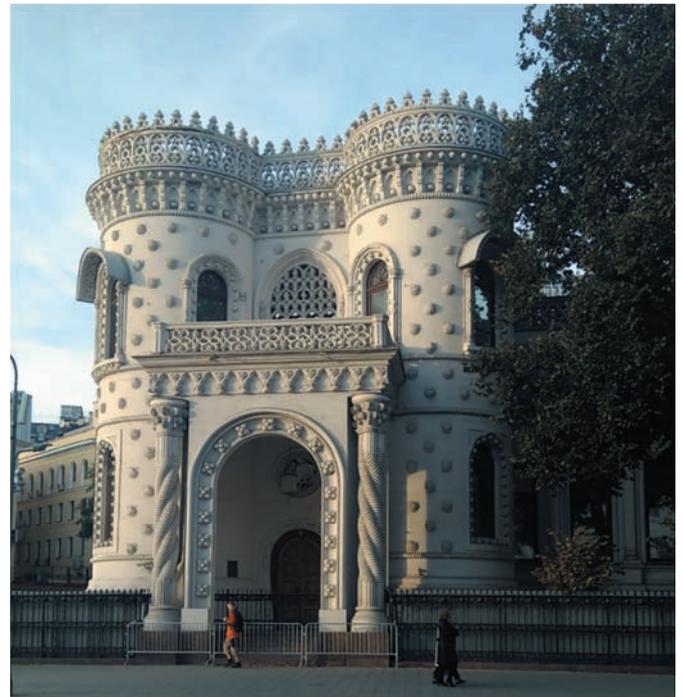


Рис. 21. Особняк А. Морозова. Москва, ул. Воздвиженка. Архитектор В. Мазырин. Москва. 1895–1899 годы. Фото И.А. Мамиевой



Рис. 22. Детская горка. Фото И.А.Мамиевой



Рис. 23. Соломенный дом со спиральной крышей



Рис. 24. Винтовая смотровая башня в Дании. Студия «ЭФ-ФЕКТ» («EFFEKT»). Дания. Конструкция с направляющей спиралью на однополостном гиперboloиде вращения. Дания (источник: <https://i.pinimg.com/originals/93/27/44/9327442fed1b5b63cf9301387c00f5b9.jpg>)



Рис. 25. Атракцион. Фото И.А. Мамиевой

Спиральные поверхности

Спиральная поверхность с произвольной жёсткой образующей кривой или прямой в плоскостях пучка образовывается при винтовом движении этой линии с точкой, движущейся по конической спирали. В качестве примера применения спиральной поверхности с прямыми образующими в плоскостях пучка можно взять проекты домов-лестниц («The Stairscrapers»), разработанные архитектурным бюро «Набито Архитектурэ» («Nabito Arquitektur») и ставшие одним из финалистов конкурса «Апартаменты–2010» («Total Housing: Apartments 2010»), проходившего Нью-Йорке [11]. В датском экологическом поселении «Фрай и Фро» («Fri & Fro») есть необычный соломенный дом со спиральной крышей (рис. 23). Автор идеи – Паула Лин. Поверхность крыши, повидимому, является развевывающим коническим геликоидом.

Спиралевидные поверхности

За направляющую кривую спиралевидной поверхности можно взять любую спираль на любой поверхности (рис. 24). В работе [11] даются описания некоторых спиралевидных небоскрёбов, формы которых с некоторыми допущениями можно причислить к спиралевидным поверхностям.

Винтообразные поверхности

Часто в специальной литературе допускается смешение понятий винтовых, винтообразных и спиральных поверхностей. В энциклопедии [1] представлены 19 винтообразных поверхностей, но в доступной технической литературе описания реальных сооружений не найдены.

Циклические поверхности

Циклические поверхности образуются окружностями постоянного или переменного радиуса при их произвольном движении в пространстве. Эти поверхности, в основном, используются в виде фрагментов аттракционов в спортивно-развлекательных центрах [34]. Среди огромного количества предложенных геометрами циклических поверхностей в строительной индустрии и архитектуре нашли применение только трубчатые поверхности и нормальные циклические поверхности с плоской линией центров и с образующей окружностью переменного радиуса.

Трубчатые поверхности. Трубчатые спиралевидные и винтообразные поверхности широко используются при проектировании спусков в водных аттракционах и на детских площадках (рис. 25).

Круговой тор. Сооружения в форме кругового тора или его фрагментов встречаются намного реже других поверхностей вращения. Проект «Ковчег» (рис. 26) был разработан в рамках программы «Архитектура катастроф» Международного союза архитекторов и был номинирован на премию Всемирного архитектурного фестиваля WAF–2010, получил диплом третьей степени по итогам Первого международного фестиваля инновационных технологий

в архитектуре и строительстве «Зелёный проект–2010», прошедшего в Москве, в номинации «Концептуальные проекты».

Нормальные циклические поверхности с плоской линией центров и с образующей окружностью переменного радиуса образуются движением окружности вдоль произвольной направляющей кривой, при этом образующая окружность должна всё время находиться в нормальной плоскости линии центров. Скульптурная композиция в форме нормальной циклической поверхности с плоской линией центров и с образующей окружностью переменного радиуса была создана в городе Дмитрове Московской области (рис. 27).

Минимальные поверхности

Катеноид и прямой геликоид, рассмотренные ранее, входят в класс минимальных поверхностей. Кроме них, в архитектуре нашли применение только минимальные поверхности Шварца. Сведения о минимальных поверхностях можно взять из энциклопедии [1].

Поверхность Шварца

Из нескольких однотипных поверхностей Шварца можно построить сцеплённые периодические минимальные поверхности (triply periodic minimal surfaces). Базовая ячейка поверхности Шварца уместается в регулярном кубе с отверстиями во всех гранях куба и имеет кубическую симметрию. Это обстоятельство сегодня широко используется в архитектуре. Например, олимпийский стадион в Мюнхене (1972) был создан с использованием минимальных поверхностей, близких к поверхности Шварца.

Односторонние поверхности

Односторонние и двусторонние поверхности – два типа поверхностей, различающихся по способу их расположения в пространстве. В энциклопедии [1] даны описания пяти односторонних поверхностей, из которых нашли применение в архитектуре малых форм только модели листа Мёбиуса.

Лист Мёбиуса

Лента, закрученная один раз, называется лентой Мёбиуса, или листом Мёбиуса. В отличие от своей модели, лист Мёбиуса не имеет толщины.

Возле Музея науки и техники в Вашингтоне вращается на пьедестале стальная модель ленты Мёбиуса. Имеется скульптура «Лента Мёбиуса» в Екатеринбурге у бизнес-центра (рис. 28), в Москве и других городах.

Поверхность Клейна

Поверхность Клейна впервые была описана в 1882 году немецким математиком Феликсом Клейном (Felix Klein). Модель этой поверхности представлена в Музее науки в Лондоне. Проволочные модели бутылок Клейна можно видеть в различных



Рис. 26. Биоклиматическое здание с автономной системой жизнеобеспечения. Проект «Ковчег»



Рис. 27. Садово-парковая архитектура. Город Дмитров Московской области. Фото И.А. Мамиевой

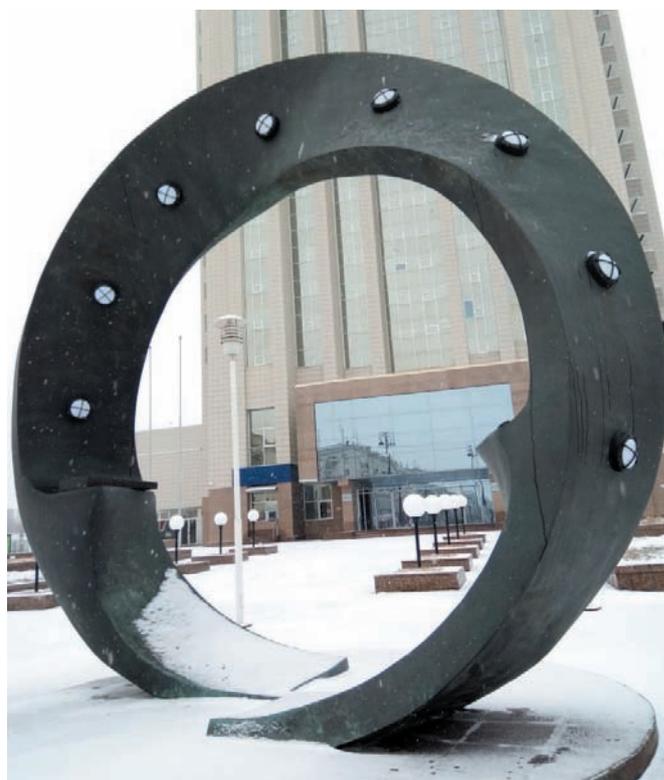


Рис. 28. Скульптура «Лента Мёбиуса». Екатеринбург. Фото И.А. Мамиевой

университетах и музеях. М.Ч. Райан (McBride Charles Ryan) придал своему творению форму поверхности Клейна и заявил, что оно хорошо смотрится на ландшафте Австралии (<https://yandex.ru/search/?text=McBride%20Charles%20Ryan%20бу-тылка%20Клейна&lr=213&clid=2270455&win=369>)

Поверхность Боя

Поверхность названа в честь Вернера Боя (Werner Boy), который первым её сконструировал и описал в своей диссертации в 1901 году. В январе 1991 году её модель была установлена перед зданием МФО в качестве подарка компании Mercedes-Benz. Несколько моделей поверхности Боя размещены в парках Европы.

Поверхности зонтичного типа

Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа иногда трудно отличить друг от друга. Зонтичные поверхности формируются из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения. Полная поверхность зонтичного типа описывается одним

параметрическим уравнением, то есть является аналитической поверхностью.

Известны 18 наименований поверхностей зонтичного типа [1; 4; 35]. К сожалению, в литературе по архитектуре обычно не указывают способ образования поверхностей и не дают их аналитических уравнений, поэтому причислить их к тому или иному типу рассматриваемых оболочек проблематично. Например, архитектор Х.Р. Марханд (Jose R. Marchand) для покрытия ресторана при отеле Ла Конча (La Concha hotel) в городе Сан Хуан (Пуэрто-Рико) принял четырёхлепестковую оболочку, размеры пролёта и высоты которой практически одного порядка [3]. Эта форма очень напоминает поверхность зонтичного типа с астроидальными линиями уровня, образованную биквадратными параболоми, предложенную в [1]. Зонтичные купола можно видеть в покрытии Даниловского рынка (рис. 29) в Москве и Большого Московского Государственного цирка на проспекте Вернадского. По-видимому, поверхности зонтичного типа [35] мало известны архитекторам в отличие от зонтичных поверхностей.

Поверхность конгруэнтных сечений

Поверхностью конгруэнтных сечений называется поверхность, несущая на себе непрерывное однопараметрическое семейство плоских линий. Если взять плоскую волнообразную направляющую кривую и принять, что плоские образующие кривые второго порядка лежат в перпендикулярных к направляющей кривой плоскостях, то получим форму покрытия над мостом через реку Кура (рис. 30).

Аналитические поверхности, рекомендуемые к внедрению

Как уже отмечалось в начале статьи, многие интересные аналитические поверхности мало или совсем неизвестны архитекторам. Профессорско-преподавательский состав, аспиранты и магистранты Инженерной академии РУДН активно работают над получением уравнений аналитических срединных поверхностей тонкостенных структур, позволяющих расширить возможности параметрической архитектуры. На рисунке 31 представлены некоторые результаты их разработок в области дифференциальной геометрии, статического расчёта на прочность и расширения применения новых поверхностей в реальных тонкостенных конструкциях.

* * *

Можно сказать, что из упоминаемых в энциклопедии [1] 600 аналитических поверхностей нашли применение в архитектуре и строительстве только 43 поверхности. Проведённое автором исследование на примере Москвы [6] показало, что здесь нашли применение только 18 аналитических поверхностей. Большинство аналитических поверхностей архитекторы считают малоприменимыми для их творческих концепций, и они предпочитают аналитически не



Рис. 29. Даниловский рынок. Москва. Фото И.А. Мамиевой



Рис. 30. Мост Мира через реку Кура. Тбилиси, Грузия. Фото И.А. Мамиевой

задаваемые поверхности, тем более с появлением методов компьютерного моделирования часто бывает достаточно иметь только набор реперных точек сооружения.

Использование новых аналитических поверхностей в качестве основы формообразования сооружения не должно становиться самоцелью. Новая форма здания может дать эффект и стать символом города, если это здание будет удовлетворять всем требованиям, предъявляемым к сооружениям заданного назначения и выполнять заданные функции.

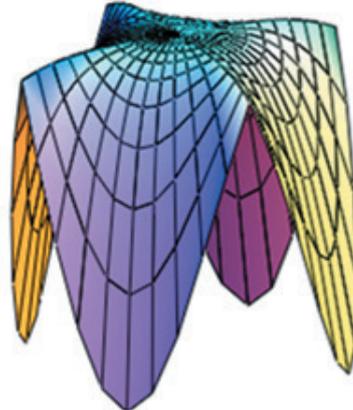
Литература

1. Krivoshapko, S.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces / S.N. Krivoshapko, V.N. Ivanov – Switzerland : Springer International Publishing, 2015. – 752 p.

2. Гринько, Е.А. Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению / Е.А. Гринько // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. – 2018. – Том 19. – № 4. – С. 438–456.



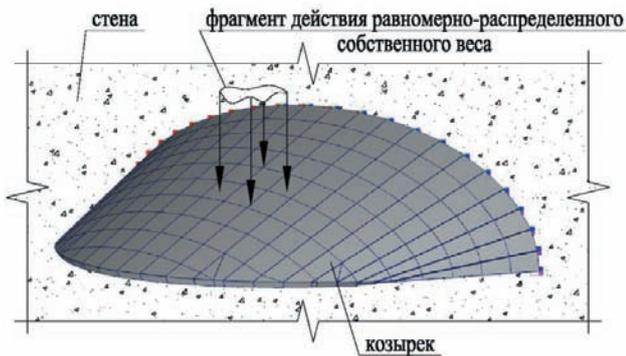
а)



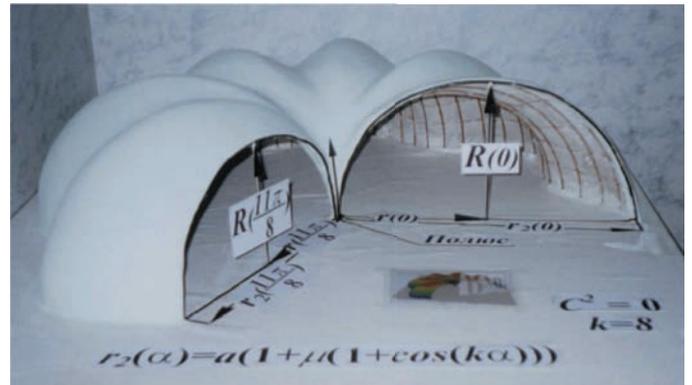
б)



в)



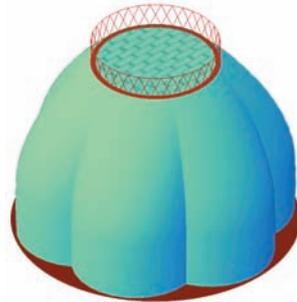
г)



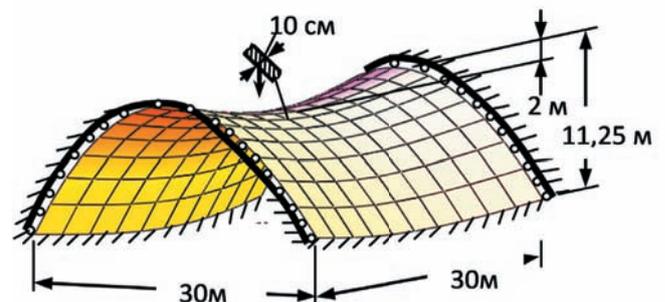
д)



е)



ж)



з)

Рис. 32. Поверхности, имеющие перспективы применения в реальных конструкциях: а) поверхность зонтичного типа на круглом плане; б) поверхность зонтичного типа с астроидальными линиями уровня; в) изготовление макета винтообразной поверхности с образующей окружностью переменного радиуса, лежащей на плоскости; г) козырёк над входом в здание в виде торсовой поверхности одинакового ската с эллипсом на торце; д) макет каналовой поверхности Иохимсталя; е) ж) зонтичные поверхности, образованные тождественными сегментами, которые формируются подвижной образующей окружностью постоянного радиуса, скользящей по контурным кривым, лежащим на контурной поверхности вращения; з) параболосинусоидальная оболочка отрицательной гауссовой кривизны

3. *Kheyfets, A.L.* Kinematic and analytical surfaces programming for solution of architectural designing tasks / A.L. Kheyfets., Galimov D., Shleykov I. // *GraphiCon' 2001*. – Nizhny Novgorod, September, 2001. – P. 283–286.
4. *Кривошапко, С.Н.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий : монография / С.Н. Кривошапко, И.А. Мамиева. – М. : Книжный дом «Либроком», 2018. – 328 с.
5. *Сучилин, В.А.* Моделирование малых архитектурных форм по аналитическим зависимостям [Электронный ресурс] / В.А. Сучилин, Ю.Я. Тюменев // Интернет-журнал «Отходы и ресурсы». – 2014. – Том 1. – № 1. – Режим доступа: <http://resources.today/PDF/01RR0114.pdf> (дата обращения 11.12.2019)
6. *Мамиева И.А.* Параметрическая архитектура в Москве / И.А. Мамиева, А.Д. Разин // *Архитектура и строительство России*. – 2014. – № 6. – С. 24–29.
7. *Gbaguidi Aïssè G.L.* Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures / Gbaguidi Aïssè G.L. // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2019. – № 15 (4). – С. 308–314. DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314
8. *Mamieva, I.A.* Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures / I.A. Mamieva // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2019. – № 15 (4). – С. 299–307. DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-299-307
9. *Wassim, Jabi.* Parametric Design for Architecture / Jabi Wassim. – Laurence King Publishing Ltd, 2013. – 208 p.
10. *Кривошапко, С.Н.* К вопросу об ошибках в терминологии по теории поверхностей и геометрического моделирования / С.Н. Кривошапко // *Геометрия и графика*. – 2017. – Том 5. – № 2. – С. 32–38.
11. *Krasic, S.* Geometrijske Površi u Arhitekturi / S. Krasic. – Niš : Gradevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. – 238 p.
12. *Lawrence, S.* Developable surfaces: their history and application / Lawrence S. // *Nexus Network Journal*, 2011. – № 13 (3). – P. 701–714.
13. *Developable Surfaces with Curved Creases* / Kilian M., Flory S., Chen Z. [et al] // *Advances in Architectural Geometry*. – Vienna : Klein Publishing GmbH (Ltd.), 2008. – P. 33–36.
14. *Glaeser, G.* Developable surfaces in contemporary architecture / G. Glaeser, F. Gruber // *Journal of Mathematics and the Arts*. – 2007. – № 1 (1). – P. 59–71.
15. *Кривошапко, С.Н.* Перспективы и преимущества торсовых поверхностей при моделировании машиностроительных и строительных конструкций / С.Н. Кривошапко // *Вестник гражданских инженеров*. – 2019. – № 1 (72). – С. 20–30.
16. *Мамиева И.А.* Знаковые пространственные сооружения в форме конических поверхностей / И.А. Мамиева, А.Д. Разин // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2017. – № 10. – С. 5–11.
17. *Krivoshapko, S.N.* Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution // S.N. Krivoshapko / *Applied Mechanics Reviews* (USA). – 2002. – Vol. 55. – No. 3. –P. 241–270.
18. *Кривошапко, С.Н.* Применение коноида и цилиндрида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа / С.Н. Кривошапко // *Строительство и реконструкция*. – 2017. – № 5 (73). – С. 34–44.
19. *Paczkowski, W.* Badania modelowe powloki walcowej w tunelu aerodynamicznym / W. Paczkowski, R. Drozdowicz, M. Mielczarek // *Inzynieria i Budownictwo*. – Nr. 5/96. – P.307–309.
20. *Demaine, Erik D.* Polyhedral Sculptures with Hyperbolic Paraboloids / Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Anna Lubiw. // *Proceedings of the 2nd Annual Conference of BRIDGES: Mathematical Connections in Art, Music, and Science (BRIDGES'99)*. Winfield, Kansas, July 30–August 1, 1999. – Winfield, Kansas, 1999. – P. 91–100.
21. *Lewis, M.* Roof cladding of the Sydney Opera House / M. Lewis, Arup Ove // *Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales*. – 1973. –Vol. 106. – Parts 1 and 2. –P. 18–32.
22. *Brecher, K.* Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere / K. Brecher // *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*. Amsterdam. Netherlands, July 27-3, 2013.– Amsterdam, 2013. – P. 469–472.
23. *Кривошапко, С.Н.* Псевдосферические оболочки в строительной индустрии / С.Н. Кривошапко, В.Н. Иванов // *Строительство и реконструкция*. – 2018. – № 2 (76). – С. 32–40.
24. *Кривошапко, С.Н.* К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах / Кривошапко С.Н. // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2017. – № 4. – С. 4–14.
25. *The design of a full glass dome, using a new glass/polymer composite material* / G.J. Hobbelman, B. Timm, F.A. Veer, van Swieten P.M.J. // *Proceedings LSCE Conference, Warsaw June 2002*. – Warsaw, 2002. – 4 p.
26. *Turk A., Shabani M., Ghanavatizadeh S.* Spiral parabolic dome, historical studies of Iranian architecture / Afshin Turk, Mohammad Shabani, and Shabnam Ghanavatizadeh // *ISEC-09*, 2017. – P. 1–6. Doi: 10.14455/ISEC.res.2017.3
27. *Omar J. Al-Khatib, George R. Buchanan.* Free vibration of a paraboloidal shell of revolution including shear deformation and rotary inertia / Omar J. Al-Khatib, George R. Buchanan // *Thin-Walled Structures*. – 2010. – Vol. 48, Iss. 3. – P. 223–232.
28. *Krivoshapko. S.N.* Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks / S.N. Krivoshapko // *Applied Mechanics Reviews*. – 2007. – Vol. 60. – № 6. – P. 336–355.
29. *Кривошапко. С.Н.* Катеноидные оболочки / С.Н. Кривошапко, В.Н. Иванов // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2018. – № 12. – С. 7–13.
30. *Optimal design of a fabric shell using a coupled femoptimization procedure* / Jaime Horta-Rangel, Humberto Uehara-Guerrero, Teresa Lopez-Lara [et al] // *Asian Journal of Science and Technology*. – 2014. – Vol. 5. Is. 11. – P.722–726.

31. Friaa, Ahmed. On funicular shapes in structural analysis and applications / Friaa Ahmed, Zenzri Hatem // *Eur. J. Mech. A.*, 1996; Vol. 15, Is. 5, p. 901–914.

32. Жиль-улбе, М. Нелинейная устойчивость синусоидальной велароидальной оболочки / М. Жиль-улбе, А.С. Маркович, Т. Дау // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2018. – Том 14. – № 1. – С. 17–22.

33. Расчётное обоснование механической безопасности Конгресс-холла в Челябинске / Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Дмитриев Д.С. [и др.] // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. – 2019. – № 4. – С. 251–260.

34. Hyeng Christian A. Bock. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics / Hyeng Christian A. Bock, Yamb Emmanuel B. // *Int. J. of Modern Engineering Research*. – 2012. – Vol. 2. – Iss. 3. – P. 799–806.

35. Кривошапко, С.Н. Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа в архитектуре / С.Н. Кривошапко, И.А. Мамиева // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2011. – № 7 (1). – С. 27–31.

References

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Switzerland, Springer International Publishing, 2015. 752 p.

2. Grin'ko, E.A. Klassifikatsiya analiticheskikh poverkhnostei primenitel'no k parametriceskoi arkhitekture i mashinostroeniyu [Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building]. *Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Inzhenernye issledovaniya [RUDN Journal of Engineering Researches]*, 2018, Tom 19, no. 4, pp. 438–456. (In Russ.)

3. Kheyfets, A.L. Kinematic and analytical surfaces programming for solution of architectural designing tasks. *GraphiCon' 2001*. Nizhny Novgorod, September, 2001, pp. 283–286.

4. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. Analiticheskie poverkhnosti v arkhitekture zdaniy, konstruksii i izdelii [Analytical Surfaces in Architecture of Buildings, Structures, and Products]: monografiya. Moscow, Knizhnyi dom "Librokom" Publ., 2018, 328 p.

5. Suchilin V.A., Tyumenev Yu.Ya. Modelirovanie malykh arkhitekturnykh form po analiticheskim zavisimostyam [Modeling of small architectural forms by analytical dependences]. *Otkhody i resursy [Russian Journal of Resources, Conservation and Recycling]*, 2014, Tom 1, no. 1. URL: <http://resources.today/PDF/01RR0114.pdf> (Accessed 11.12.2019)

6. Mamieva I.A., Razin A.D. Parametriceskaya arkhitektura v Moskve / I.A. Mamieva, A.D. Razin // *Arkhitektura i stroitel'stvo Rossii*. – 2014. – № 6. – S. 24–29.

7. Gbaguidi Aïssè G.L. Influence of the geometrical researches of surfaces of revolution and translation surfaces on design of unique structures. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii [Structural Mechanics of*

Engineering Constructions and Buildings], 2019, no. 15 (4), pp. 308–314. DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-308-314

8. Mamieva, I.A. Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*, 2019, no. 15 (4), pp. 299–307. DOI 10.22363/1815-5235-2019-15-4-299-307 (In Engl.)

9. Wassim, Jabi. *Parametric Design for Architecture*. Laurence King Publishing Ltd, 2013, 208 p.

10. Krivoshapko, S.N. K voprosu ob oshibkakh v terminologii po teorii poverkhnostei i geometricheskogo modelirovaniya [On errors in terminology on theory of surfaces and geometric modelling]. *Geometriya i grafika [Geometry & Graphics]*, 2017, Vol. 5, no. 2, pp. 32–38.

11. Krasic, S. Geometrijske Površni u Arhitekturi. Niš, Gradevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012, 238 p.

12. Lawrence, S. Developable surfaces: their history and application. *Nexus Network Journal*, 2011, no. 13 (3), pp. 701–714.

13. Kilian M., Flory S., Chen Z., Mitra N.J., Sheffer A., Pottmann H. Developable Surfaces with Curved Creases. *Advances in Architectural Geometry*. Klein Publishing GmbH (Ltd.), 2008, pp. 33–36.

14. Glaeser, G., Gruber F. Developable surfaces in contemporary architecture. *Journal of Mathematics and the Arts*, 2007, no. 1 (1), pp. 59–71.

15. Krivoshapko, S.N. Perspektivy i preimushchestva torsovykh poverkhnostei pri modelirovanii mashinostroitel'nykh i stroitel'nykh konstruksii [Perspectives and advantages of tangential developable surfaces in modeling machine-building and building structures]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of Civil Engineers]*, 2019, no. 1 (72), pp. 20–30.

16. Mamieva I.A., Razin A.D. Znakovye prostranstvennye sooruzheniya v forme konicheskikh poverkhnostei [Landmark Spatial Structures in the Form of Conic Surfaces]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and civil engineering]*, 2017, no. 10, pp. 5–11.

17. Krivoshapko, S.N. Static, vibration, and buckling analyses and applications to one-sheet hyperboloidal shells of revolution. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, Vol. 55, no. 3, pp. 241–270.

18. Krivoshapko, S.N. Primenenie konoida i tsilindroida pri formoobrazovanii zdaniy i sooruzhenii obolochechnogo tipa [The application of conoid and cylindroid in forming of buildings and structures of shell type]. *Stroitel'stvo i rekonstruksiya [Building and Reconstruction]*, 2017, no. 5 (73), pp. 34–44.

19. Paczkowski W., Drozdowicz R., Mielczarek M. Badania modelowe powloki walcowej w tunelu aerodynamicznym. *Inzynieria i Budownictwo*, no. 5/96, pp. 307–309.

20. Demaine, Erik D. Demaine Martin L., Lubiw Anna. Polyhedral Sculptures with Hyperbolic Paraboloids. *Proceedings of the 2nd Annual Conference of BRIDGES: Mathematical Connections in Art, Music, and Science (BRIDGES'99)*. Winfield,

Kansas, July 30–August 1, 1999. Winfield, Kansas, 1999, pp. 91–100.

21. Lewis M., Arup Ove. Roof cladding of the Sydney Opera House. *Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales*, 1973, Vol. 106, Parts 1 and 2, pp. 18–32.

22. Brecher K. Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere. *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*. Netherlands, July 27-3, 2013. Amsterdam, 2013, pp. 469–472.

23. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Psevodosfericheskie obolochki v stroitel'noi industrii [Pseudospherical shells in building industry]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya [Building and Reconstruction]*, 2018, no. 2 (76), pp. 32–40.

24. Krivoshapko, S.N. K voprosu o primenenii parabolicheskikh obolochek vrashcheniya v stroitel'stve v 2000–2017 godakh [On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000–2017]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*, 2017, no. 4, pp. 4–14.

25. Hobbelman G.J., Timm B., Veer F.A., P.M.J. van Swieten. The design of a full glass dome, using a new glass/polymer composite material. *Proceedings LSCE Conference*, Warsaw June 2002. Warsaw, 2002, 4 p.

26. Turk A., Shabani M., Ghanavatzideh S. Spiral parabolic dome, historical studies of Iranian architecture. *ISEC-09*, 2017, pp. 1–6. Doi: 10.14455/ISEC.res.2017.3

27. Omar J. Al-Khatib, George R. Buchanan. Free vibration of a paraboloidal shell of revolution including shear deformation and rotary inertia. *Thin-Walled Structures*, 2010, Vol. 48, Iss. 3, pp. 223–232.

28. Krivoshapko. S.N. Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks. *Applied Mechanics Reviews (ASME)*, 2007, Vol. 60, no. 6, pp. 336–355.

29. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Katenoidnye obolochki [Catenoidal shells]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]*, 2018, no. 12, pp. 7–13.

30. Jaime Horta-Rangel, Humberto Uehara-Guerrero, Teresa Lopez-Lara, Luz Perez-Rea, Juan Hernandez-Zaragoza and Eduardo Rojas-Gonzalez. Optimal design of a fabric shell using a coupled fem-optimization procedure. *Asian Journal of Science and Technology*, 2014, Vol. 5, Is. 11, pp. 722–726.

31. Friaa Ahmed, Zenri Hatem. On funicular shapes in structural analysis and applications. *Eur. J. Mech. A.*, 1996; Vol. 15, Is. 5, pp. 901–914.

32. Zhil'ulbe M., Markovich A.S., Dau T. Nelineinaya ustoichivost' sinusoidal'noi velaroidal'noi obolochki [Nonlinear stability of sinusoidal velaroidal shell]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*, 2018, Vol. 14, no. 1, pp. 17–22.

33. Belostotskii A.M., Akimov P.A., Dmitriev D.S., Pavlov A.S., Dyadchenko Yu.N., Nagibovich A.I. Raschetnoe obosnovanie mekhanicheskoi bezopasnosti Kongress-kholla v Chelyabinske [Numerical analysis of mechanical safety parameters of Congress Hall building in Chelyabinsk]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*, 2019, no. 4, pp. 251–260.

34. Hyeng Christian A. Bock, Yamb Emmanuel B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics. *Int. J. of Modern Engineering Research*, 2012, Vol. 2, Iss. 3, pp. 799–806.

35. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. Zontichnye poverkhnosti i poverkhnosti zontichnogo tipa v arkhitekture [Umbrella surfaces and umbrella-typed surfaces in architecture]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]*, 2011, no. 7 (1), pp. 27–31.

Мамиева Ираида Ахсарбеговна (Москва). Ведущий специалист Инженерной академии ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6. РУДН). Эл.почта: i_mamieva@mail.ru.

Мамиева Ираида Ахсарбеговна (Москва). Ведущий специалист Инженерной академии ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6. РУДН). Эл.почта: i_mamieva@mail.ru.