

Мусаев Вячеслав Кадыр оглы (Москва). Доктор технических наук. Профессор кафедр «Безопасность жизнедеятельности и управления природными и техногенными рисками» и «Комплексная безопасность в строительстве» ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26. НИУ МГСУ). Эл. почта: musayev-vk@yandex.ru.

Musayev Vyacheslav K. (Moscow). Doctor of Technical Sciences. Professor of the Department of Life Safety and Management of Natural and Technogenic Risks and the Department of Integrated Safety in Construction of the National Research Moscow State University of Civil Engineering (26 Yaroslavskoye Highway, Moscow, 129337. MGSU). E-mail: musayev-vk@yandex.ru.

© Мусаев В.К., 2022.

Academia. Архитектура и строительство, № 2, стр. 92–98.

Математическое моделирование переходных процессов в 10-этажном здании, представленных в виде функций Хевисайда

В данной статье отражены результаты рассмотрения проблем математического моделирования сейсмической безопасности десятиэтажного здания с основанием в виде упругой полуплоскости при нестационарных волновых воздействиях. Проблема моделирования задач переходного периода связана с условием Куранта-Фридрихса-Леви и является актуальной фундаментальной и прикладной научной задачей. Разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Получена явная двухслойная конечноэлементная схема.

Для оценки достоверности разработанной методики, алгоритма и комплекса программ была решена задача о воздействии импульса в виде трёх полупериодов синусоиды на упругую полуплоскость. Решается система уравнений с 8016008-ю неизвестными.

Рассматривается задача о воздействии плоской продольной упругой волны в виде функции Хевисайда на десятиэтажное здание с основанием. Решается система уравнений с 16202276-ю неизвестными. В характерных областях исследуемой задачи получены контурные напряжения и компоненты тензора напряжений. На основании проведённых исследований можно сделать следующие выводы: упругие контурные напряжения на гранях здания являются почти зеркальным отражением друг друга, то есть антисимметричным; при сейсмическом воздействии в основном преобладают изгибные волны.

Ключевые слова: математическое моделирование, волны напряжений, переходной период, метод конечных элементов, методика, алгоритм, комплекс программ, полупериод синусоиды, функция Хевисайда, десятиэтажное здание, упругая полуплоскость, контурное напряжение, плоские волны, изгибные волны.

Mathematical Modelling of Transient Processes in a 10-storey Building Represented as Heaviside Functions

The purpose of the scientific work is to consider the problems of mathematical modeling of seismic safety of a tenstorey building with a base in the form of an elastic halfplane under unsteady wave influences. The problem of modeling problems of the transition period is an urgent fundamental and applied scientific problem. An algorithm and a set of programs for solving linear planar two-dimensional problems have been developed. The algorithmic language Fortran-90 was used in the development of the software package. An explicit twolayer finite element scheme is obtained.

To assess the reliability of the developed methodology, algorithm and software package, the problem of the impact of a pulse in the form of three halfcycles of a sinusoid on an elastic halfplane was solved. A system of equations consisting of 8016008 unknowns is solved. The problem of the effect of a plane longitudinal elastic wave in the form of a Heaviside function on a tenstorey building with a base is considered. A system of equations consisting of 16202276 unknowns is solved. Contour stresses and stress tensor components are obtained in the characteristic areas of the problem under study. Based on the conducted studies, the following conclusions can be drawn: the elastic contour stress on the faces of the building is almost a mirror image of one another, that is, antisymmetric; bending waves mainly prevail during seismic action.

Keywords: mathematical modeling, stress waves, transition period, finite element method, methodology, algorithm, software package, sinusoid halfperiod, Heaviside function, tenstorey building, elastic halfplane, contour stress, plane waves, bending waves.

Введение

Сейсмические воздействия на сложные технические объекты можно представить в виде нестационарных волн переходного процесса [1–6; 11; 14–17].

В работе приводится математическое моделирование с помощью волновой теории сейсмической безопасности [4–6; 11; 14; 16–17] напряжённого состояния десятиэтажного здания с упругим основанием в виде полуплоскости.

После трёхкратного или четырёхкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений стабилизируется, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

В работах [4–7; 9; 10; 12] приведена информация о верификации (физической достоверности и математической точности) рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Постановка задачи

При решении задачи о моделировании упругих нестационарных волн напряжений в деформируемых областях сложной формы применяются нестационарные уравнения волновой теории упругости, для чего рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY (рис. 1), которому в начальный момент времени $t=0$ сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие [1–2; 4–6; 11; 14; 16–17].

Предположим, что некоторое тело изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряжённое состояние) динамической теории упругости имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y, \quad \sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где σ_x, σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала;

$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны;

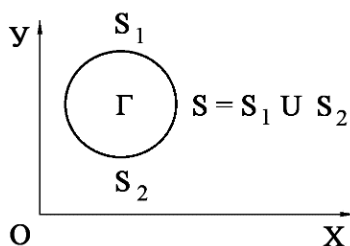


Рис. 1. Постановка динамической задачи теории упругости. Схема В.К. Мусаева

$C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; $S (S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой некоторым телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях [1–2; 4–6; 11; 14; 16–17].

Разработка методики

Принимая во внимание определение матрицы жёсткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближённое значение уравнения движения в теории упругости [4–6; 11; 14; 16–17]

$$\bar{H}\ddot{\bar{\Phi}} + \bar{K}\bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0, \quad (2)$$

где \bar{H} – матрица инерции; \bar{K} – матрица жёсткости; $\bar{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор узловых упругих внешних сил.

Интегрируя по параметру времени соотношение (2) с помощью конечно-элементного варианта метода Галёркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек:

$$\ddot{\bar{\Phi}}_{i+1} = \ddot{\bar{\Phi}}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K}\bar{\Phi}_i + \bar{R}_i), \quad \bar{\Phi}_{i+1} = \bar{\Phi}_i + \Delta t \dot{\bar{\Phi}}_{i+1}. \quad (3)$$

Таким образом, из системы с бесконечным числом неизвестных (1) перешли к системе с конечным числом неизвестных (3).

Система уравнений (3) для внутренних и граничных узловых точек, полученная в результате интегрирования уравнений движения теории упругости, должна давать решение, сходящееся к решению исходной системы.

Общая теория численных уравнений математической физики требует для этого наложения условий Куранта–Фридрихса–Леви на отношение шагов по параметру времени и по пространственным координатам, а именно:

$$\Delta t = k \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, r) \quad (4)$$

где Δt – шаг по временной координате; Δl – длина стороны конечного элемента; r – общее число конечных элементов.

Результаты численного эксперимента показали, что при $k = 0,5$ обеспечивается устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек.

Для материалов с разными физическими свойствами выбирается минимальный шаг по параметру времени (4).

Плоские продольные волны в упругой полуплоскости при воздействии в виде трёх полупериодов синусоиды

Для оценки физической достоверности и математической точности рассматриваемого численного метода решается задача

о моделировании плоских продольных волн в упругой полуплоскости (рис. 2) в виде трёх полупериодов синусоиды (рис. 3)

Исследуемая задача о распространении плоских продольных волн в виде трёх полупериодов синусоиды впервые решена автором с помощью разработанной методики, алгоритма и комплекса программ [4–6; 11; 14; 16–17].

На границе полуплоскости АВ (см. рис. 1) приложено нормальное напряжение σ_y , которое изменяется от $0 \leq n \leq 91$ ($n = t/\Delta t$) и максимальное значение равно P [$P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,098$ МПа (-1 кгс/см²)]. Граничные условия для контура BCDA при $t > 0$ $u=v=\dot{u}=\dot{v}=0$. Отражённые волны от контура BCDA не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 200$.

Расчёты проведены при следующих исходных данных: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,862 \cdot 10^{-6}$ с; $E = 2,06 \cdot 10^5$ МПа ($2,1 \cdot 10^6$ кгс/см²); $\nu = 0,3$; $\rho = 0,784 \cdot 10^4$ кг/м³ ($0,8 \cdot 10^{-5}$ кгс с²/см⁴); $C_p = 5371$ м/с; $C_s = 3177$ м/с.

Исследуемая расчётная область имеет 2004002 узловые точки. Решается система уравнений с 8016008-ю неизвестными.

Результаты расчётов получены в характерных точках В1–В10 (см. рис. 1).

В качестве примера на рисунке 4 показано изменение нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y/\sigma_0$) (рис. 3) во времени n в точке В1 (1 – численное решение; 2 – аналитическое решение).

В данном случае можно использовать условия на фронте плоской волны, которые изложены в работе [2].

На фронте плоской продольной волны имеются следующие аналитические зависимости для плоского напряжённого состояния $\sigma_y = -|\sigma_0|$. Отсюда видим, что точное решение задачи соответствует воздействию σ_0 (рис. 3).

Моделирование сейсмических волн в десятиэтажном здании

Рассматривается задача о моделировании напряжённого состояния в десятиэтажном здании (рис. 5) при воздействии плоской продольной упругой волны в виде функции Хевисайда (рис. 6). Расчёты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения: 1 кгс/см² $\approx 0,098$ МПа; 1 кгс с²/см⁴ $\approx 0,98 \cdot 10^9$ кг/м³.

Данная задача впервые решена автором статьи с помощью разработанной методики, алгоритма и комплекса программ [4–6; 11; 14; 16–17].

Начальные условия приняты нулевыми. От точки F параллельно свободной поверхности ABEFG приложено нормальное напряжение σ_x , которое при $0 \leq n \leq 11$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 11$ равно P [$P = \sigma_0$, $\sigma_0 = 0,098$ МПа (1 кгс/см²)].

Граничные условия для контура GHIA при $t > 0$ $u=v=\dot{u}=\dot{v}=0$. Отражённые волны от контура GHIA не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 2000$. Контур ABCDEFG свободен от нагрузок, кроме точки F.

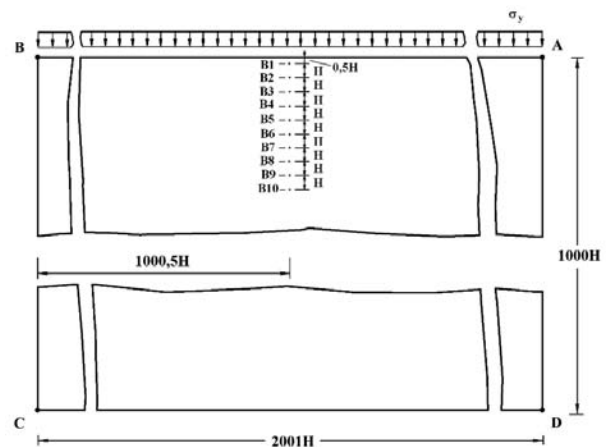


Рис. 2. Схема для разъяснения постановки задачи о распространении плоских продольных волн в виде трёх полупериодов синусоиды в упругой полуплоскости. Рисунок В.К. Мусаева

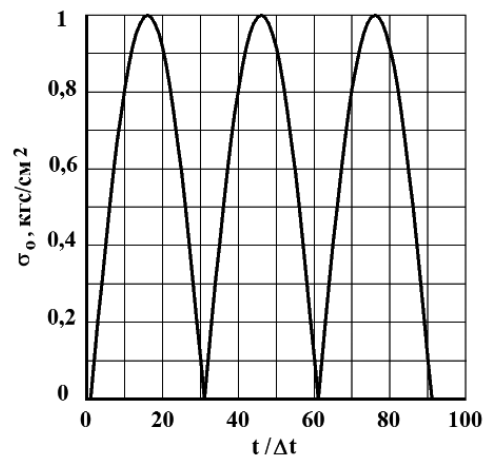


Рис. 3. Воздействие в виде трёх полупериодов синусоиды по контуру АВ

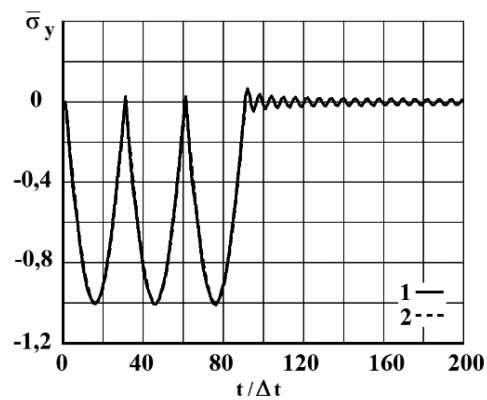


Рис. 4. Изменение упругого нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ (задача о распространении плоских продольных волн в виде трёх полупериодов синусоиды в упругой полуплоскости) во времени $t/\Delta t$ в точке В1: 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение

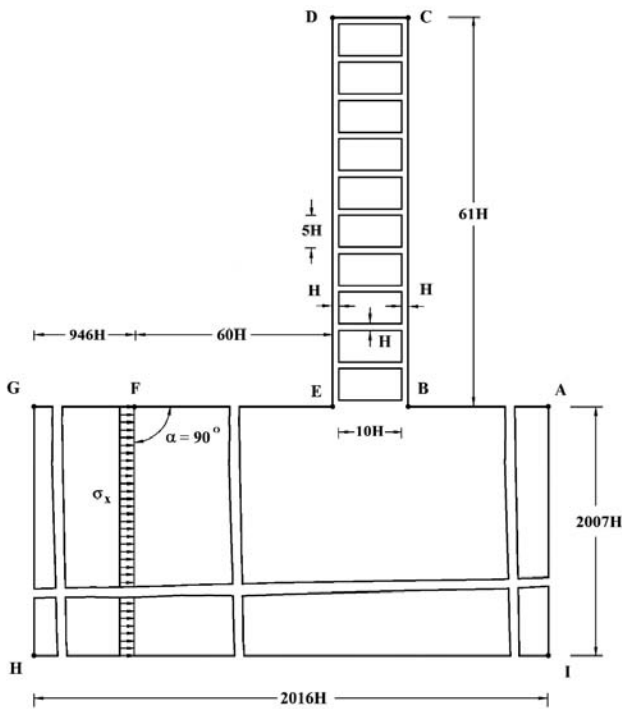


Рис. 5. Постановка задачи для десятиэтажного здания с упругим основанием в виде полуплоскости. Рисунок В.К. Мусаева

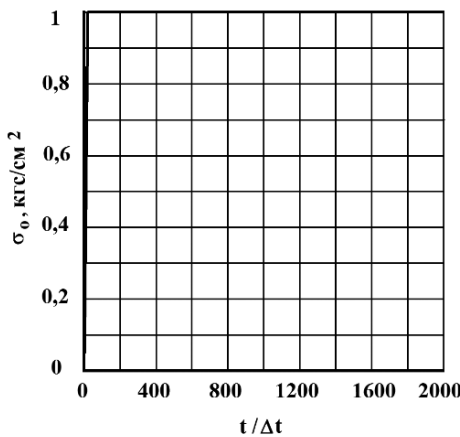


Рис. 6. Воздействие в виде функции Хевисайда

При расчётах приняты следующие исходные данные: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 2,788 \cdot 10^{-6}$ с; $E = 3,09 \cdot 10^4$ МПа ($3,15 \cdot 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,25 \cdot 10^4$ кг/м³ ($0,255 \cdot 10^{-5}$ кгс с²/см⁴); $C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с. Решается система уравнений с 16202276-ю неизвестными.

На рисунке 8 показано изменение контурных напряжений $\bar{\sigma}_k$ в точках А1–А10 (см. рис. 7) десятиэтажного здания с основанием в виде упругой полуплоскости (см. рис. 5) во времени $t/\Delta t$.

Выводы

1. Для решения поставленной задачи применяются уравнения нестационарной динамической теории упругости. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны методика и алгоритм и составлен комплекс программ для решения двумерной плоской нестационарной динамической задачи теории упругости для областей разной формы. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90.

2. Для оценки достоверности разработанной методики, алгоритма и комплекса программ была решена задача о воздействии импульса в виде трёх полупериодов синусоиды на упругую полуплоскость. Решается система уравнений с 8016008-ю неизвестными.

3. Десятиэтажное здание моделируется с упругим основанием в виде упругой полуплоскости. Сейсмическое воздействие моделируется в виде функции Хевисайда. Решается система уравнений с 16202276-ю неизвестными. Упругое контурное напряжение на гранях десятиэтажного здания является почти зеркальным отражением друг друга, то есть антисимметричным. Десятиэтажное здание при сейсмическом

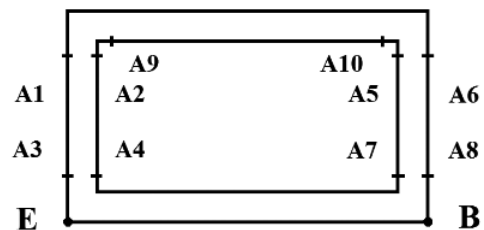


Рис. 7. Точки, в которых получены контурные напряжения в десятиэтажном здании

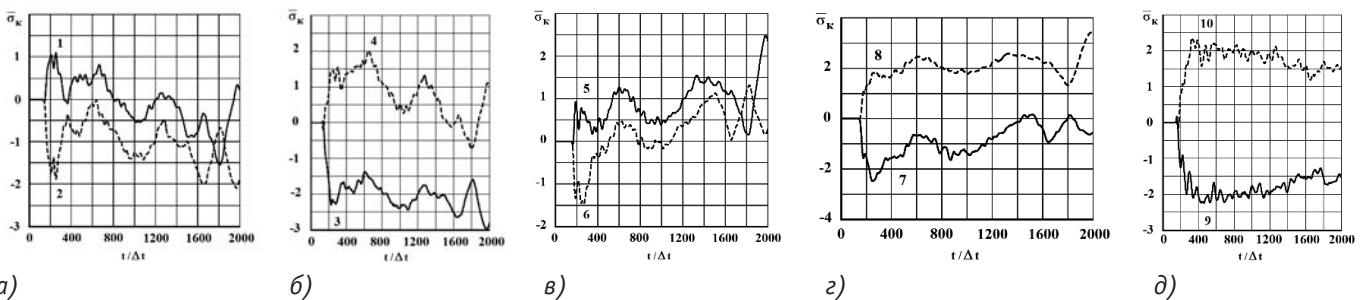


Рис. 8. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ на контуре десятиэтажного здания во времени $t/\Delta t$: а) в точках 1 и 2; б) в точках 3 и 4; в) в точках 5 и 6; г) в точках 7 и 8; д) в точках 9 и 10. Графики В.К. Мусаева

воздействии работает как балка, то есть если на одной грани растягивающие напряжения, то на другой – сжимающие. На контурах десятиэтажного здания при сейсмическом воздействии в основном преобладают изгибные волны.

Библиографический список

1. *Дэйвис, Р.* Волны напряжений в твёрдых телах / Р. Дэйвис. – М. : Иностранная литература, 1961. – 104 с.
2. *Тимошенко, С.П.* Теория упругости / С.П. Тимошенко, Д. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 576 с.
3. *Сегерлинд, Л.* Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Мир, 1979. – 392 с.
4. *Мусаев, В.К.* О достоверности результатов численного метода решения сложных задач волновой теории упругости при ударных, взрывных и сейсмических воздействиях [Электронный ресурс] / В.К. Мусаев // Учёные записки Российского государственного социального университета. – 2009. – № 5. – С. 21–33. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13000903> (дата обращения 16.05.2022).
5. *Мусаев, В.К.* Оценка точности результатов численного моделирования нестационарного волнового напряжённого состояния в деформируемых объектах сложной формы [Электронный ресурс] // Международный журнал по расчёту гражданских и строительных конструкций. – 2015. – Т. 11. – № 1. – С. 135–146. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23764460> (дата обращения 10.04.2022).
6. *Мусаев, В.К.* О математическом моделировании нестационарных упругих волн напряжений в подкреплённом круглом отверстии [Электронный ресурс] / В.К. Мусаев // Международный журнал по расчёту гражданских и строительных конструкций. – 2015. – Т. 11. – № 1. – С. 147–156. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23764461> (дата обращения 10.04.2022).
7. Определение закономерностей нестационарного волнового напряжённого состояния в геообъектах с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. / А.Л. Фёдоров, В.В. Стародубцев, А.В. Мусаев [и др.] // Техносферная безопасность, надёжность, качество, энерго и ресурсосбережение : Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XVIII : В 2 томах. Том 2. – Ростов-на-Дону : Донской государственный технический университет, 2016. – С. 289–297.
8. *Самойлов, С.Н.* Моделирование безопасности подземного нефтепровода при нестационарных сейсмических воздействиях с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. / С.Н. Самойлов // Проблемы управления безопасностью сложных систем : Материалы XXIV Международной конференции. – М. : РГГУ, 2016. – С. 255–258.
9. Оценка точности и достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. / В.В. Стародубцев, А.В. Мусаев, В.А. Куранцов [и др.] // Проблемы управления безопасностью сложных систем : Материалы XXIV Международной конференции. – М. : РГГУ, 2016. – С. 352–355.
10. Моделирование достоверности и точности импульсного воздействия в упругой полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. [Электронный ресурс] / В.В. Стародубцев, А.В. Мусаев, Е.В. Дикова, А.И. Крылов // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем : Материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, 24–28 апреля 2017 г. – М. : РУДН, 2017. – с. 339–341. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29991500&pff=1> (дата обращения 20.05.2022).
11. *Мусаев, В.К.* Применение волновой теории сейсмического воздействия для моделирования упругих напряжений в Курпсайской плотине с грунтовым основанием при незаполненном водохранилище [Электронный ресурс] / В.К. Мусаев // Геология и геофизика Юга России. – 2017. – № 2. – С. 98–105. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29425760> (дата обращения 3.05.2022).
12. Моделирование с помощью численного метода Мусаева В.К. нестационарных упругих волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая часть – линейная) в сплошной деформируемой среде [Электронный ресурс] / В.В. Стародубцев, С.В. Акатьев, А.В. Мусаев // Проблемы безопасности российского общества. – 2017. – № 1. – С. 63–68. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32783211> (дата обращения 10.05.2022).
13. Применение волновой теории сейсмической безопасности для моделирования несущей способности уникальных объектов с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. / Е.В. Дикова, М.И. Шиянов, Н.В. Кулагина // Проблемы управления безопасностью сложных систем : Материалы XXVI Международной конференции. – М. : РГГУ, 2018. – С. 250–254.
14. *Мусаев, В.К.* Математическое моделирование нестационарных упругих волн напряжений в консоли с основанием (полуплоскость) при фундаментальном сейсмическом воздействии [Электронный ресурс] / В.К. Мусаев // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2019. – № 6. – С. 477–482. DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482.
15. Моделирование сейсмических процессов в уникальных сооружениях с помощью комплекса программ Мусаева В.К. [Электронный ресурс] / С.В. Акатьев, А.И. Крылов, В.В. Куранцов [и др.] // Наука, техника, педагогика. Новые технологии высшей школы : материалы Всероссийской научно-практической конференции «Наука – Общество – Технологии – 2019». Россия, Москва, 26 февраля 2019 года. – М. : Московский политех, 2019. – С. 367–373. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37472584&pff=1> (дата обращения 21.04.2022).
16. *Мусаев, В.К.* Математическое моделирование нестационарных упругих волн напряжений (переходной процесс)

при воздействии (вертикальное сосредоточенное в виде треугольного импульса) на поверхность полуплоскости (задача Лэмба) // Геология и геофизика Юга России. – 2020. – № 4. – С. 164–174. DOI: 10.46698/VNC.2020.32.87.010.

17. Мусаев В.К. Математическое моделирование нестационарных упругих волн напряжений в десятиэтажном здании с основанием (полуплоскость) при фундаментальном сейсмическом воздействии [Электронный ресурс] / В.К. Мусаев // Проблемы безопасности российского общества. – 2021. – № 1. – С. 13–20. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45729042> (дата обращения 27.04.2022).

References

1. Deyvis R. Volny napryazhenii v tverdykh telah [Stress waves in solids]. Moscow, Inostrannaya literature Publ., 1961, 104 p. (In Russ.).

2. Timoshenko S.P., Gudyer D. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 576 p. (In Russ.).

3. Segerlind L. Primenenie metoda konechnykh elementov [Application of the finite element method]. Moscow, Mir Publ., 1979, 392 p. (In Russ.).

4. Musayev V.K. O dostovernosti rezul'tatov chislennogo metoda resheniya slozhnykh zadach volnovoї teorii uprugosti pri udarnykh, vzryvnykh i seismicheskikh vozdeistviyakh [On the reliability of the results of a numerical method for solving complex problems of the wave theory of elasticity under shock, explosive and seismic influences]. In: *Uchenye zapiski Rossijskogo gosudarstvennogo social'nogo universiteta* [Scientific Notes of the Russian State Social University], 2009, no. 5, pp. 21–33. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13000903> (Accessed 05/16/2022) (In Russ.).

5. Musayev V.K. Otsenka tochnosti rezul'tatov chislennogo modelirovaniya nestatsionarnogo volnovogo napryazhennogo sostoyaniya v deformiruemykh ob"ektakh slozhnoi formy [Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape]. In: *Mezhdunarodnyi zhurnal po raschetu grazhdanskikh i stroitel'nykh konstruksii* [International Journal for Computational Civil and Structural Engineering], 2015, Vol. 11, Iss. 1, pp. 135–146. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23764460> (Accessed 04/10/2022). (In Russ., abstr.in Engl.)

6. Musayev V.K. O matematicheskom modelirovanii nestatsionarnykh uprugikh voln napryazhenii v podkreplennom kruglom otverstii [On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole In: *Mezhdunarodnyi zhurnal po raschetu grazhdanskikh i stroitel'nykh konstruksii* [International Journal for Computational Civil and Structural Engineering], 2015, Vol. 11, Iss. 1, pp. 147–156. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23764461> (Accessed 04/10/2022). (In Russ., ab-str.in Engl.)

7. Fedorov A.L., Starodubtsev V.V., Musayev A.V., Kuznetsov M.E., Idelson Ye.V. Opredelenie zakonmernostei

nestatsionarnogo volnovogo napryazhennogo sostoyaniya v geob"ektakh s pomoshch'yu chislennogo metoda, algoritma i kompleksa programm Musaeva V.K. [Determination of the regularities of the nonstationary wave stress state in geo objects using the numerical method, algorithm and software package Musayev V.K.]. In: *Tekhnosfernaya bezopasnost', nadezhnost', kachestvo, energo- i resursosberezhenie. T38. Materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Technosphere safety, reliability, quality, energy and resource saving. Proceedings of the International Scientific and Practical Conference], Iss. XVIII, In 2 volumes. Vol. 2. Rostov-on-Don, Don State Technical University Publ., 2016, pp. 289–297 (In Russ.).

8. Samoylov S.N. Modelirovanie bezopasnosti podzemnogo nefteprovoda pri nestatsionarnykh seismicheskikh vozdeistviyakh s pomoshch'yu chislennogo metoda, algoritma i kompleksa programm Musaeva V.K. [Modeling of the safety of an underground oil pipeline under non-stationary seismic impacts using the numerical method, algorithm and software package Musayev V.K.]. In: *Problemy upravleniya bezopasnost'yu slozhnykh sistem : Materialy XXIV Mezhdunarodnoj konferentsii* [Problems of safety management of complex systems : Proceedings of the XXIV International Conference]. Moscow, RGGU Publ., 2016, pp. 255–258 (In Russ.).

9. Starodubtsev V.V., Musayev A.V., Kurantsov V.A., Musayeva S.V., Kulagina N.V. Ocenka tochnosti i dostovernosti modelirovaniya ploskikh nestatsionarnykh uprugikh voln napryazhenii (treugol'nyi impul's) v poluploskosti s pomoshch'yu chislennogo metoda, algoritma i kompleksa programm Musaeva V.K. [Estimation of the accuracy and reliability of modeling of plane unsteady elastic stress waves (triangular pulse) in a halfplane using the numerical method, algorithm and software package Musayev V.K.]. In: *Problemy upravleniya bezopasnost'yu slozhnykh sistem. Materialy XXIV Mezhdunarodnoj konferentsii* [Problems of security management of complex systems. Proceedings of the XXIV International Conference]. Moscow, RGGU Publ., 2016, pp. 352–355 (In Russ.).

10. Starodubtsev V.V., Musayev A.V., Dikova Ye.V., Krylov A.I. Modelirovanie dostovernosti i tochnosti impul'snogo vozdeistviya v uprugoi poluploskosti s pomoshch'yu chislennogo metoda, algoritma i kompleksa programm Musaeva V.K. [Modeling of the reliability and accuracy of the pulse action in an elastic halfplane using the numerical method, algorithm and software package Musayev V.K.]. In: *Informatsionno-telekommunikatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie vysokotekhnologichnykh sistem : Materialy Vserossiiskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem* [Information and telecommunication technologies and mathematical modeling of high-tech systems.: Proceedings of the All-Russian Conference with International Participation]. Moscow, RUDN Publ., 2017, pp. 339–341. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29991500&pf=1> (Accessed 05/10/2022). (In Russ.).

11. Musayev V.K. Primenenie volnovoї teorii seismicheskogo vozdeistviya dlya modelirovaniya uprugikh napryazhenii v Kurpsaiskoi plotine s gruntovym osnovaniem pri nezapolnennom

- vodokhranilishche [Application of the wave theory of seismic impact for modeling elastic stresses in the Kurpsay dam with a soil base with an unfilled reservoir]. In: *Geologiya i geofizika Yuga Rossii* [Geology and Geophysics of Russian South], 2017, no. 2, pp. 98–105. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29425760> (Accessed 05/03/2022). (In Russ., abstr.in Engl.)
12. Starodubtsev V.V., Akatyev S.V., Musayev A.V., Shiyanov S.M., Kurantsov O.V. Modelirovanie s pomoshch'yu chislennogo metoda Musaeva V.K. nestacionarnykh uprugikh voln v vide impul'snogo vozdeystviya (voskhodyashchaya chast' – chetvert' kruga, srednyaya – gorizontalnaya, niskhodyashchaya chast' – linejnaya) v sploshnoj deformiruemoy srede [Modeling using the numerical method of Musayev V.K. of nonstationary elastic waves in the form of a pulsed effect (the ascending part is a quarter of a circle, the middle part is horizontal, the descending part is linear) in a continuous deformable medium]. In: *Problemy bezopasnosti rossijskogo obshchestva* [Security problems of the Russian society], 2017, no. 1, pp. 63–68. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32783211> (Accessed 05/10/2022). (in Russ.).
13. Dikova Ye.V., Shiyanov M.I., Kulagina N.V., Zimin A.M., Kurantsov O.V. Primenenie volnovoi teorii seismicheskoi bezopasnosti dlya modelirovaniya nesushchei sposobnosti unikal'nykh ob"ektov s pomoshch'yu chislennogo metoda, algoritma i kompleksa programm Musaeva V.K. [Application of the wave theory of seismic safety for modeling the bearing capacity of unique objects using the numerical method, algorithm and software package Musayev V.K.]. In: *Problemy upravleniya bezopasnost'yu slozhnykh sistem. Materialy XXVI Mezhdunarodnoi konferentsii* [Problems of safety management of complex systems. Proceedings of the XXVI International Conference]. Moscow, RGGU Publ., 2018, pp. 250–254 (In Russ.).
14. Musayev V.K. Matematicheskoe modelirovanie nestacionarnykh uprugikh voln napryazhenii v konsoli s osnovaniem (poluploskost') pri fundamental'nom seismicheskom vozdeistvii [Mathematical modeling of unsteady elastic stress waves in a console with a base (half-plane) under fundamental seismic action]. In: *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings], 2019, no. 6, pp. 29–33 DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-6-477-482 (In Russ., abstr.in Engl.)
15. Akatyev S.V., Krylov A.I., Kurantsov V.V., Musayev A.V., Starodubtsev V.V. Modelirovanie seismicheskikh processov v unikal'nykh sooruzheniyakh s pomoshch'yu kompleksa programm Musayev V.K. [Modeling of seismic processes in unique structures using a set of programs Musaeva V.K.]. In: *Nauka, tekhnika, pedagogika. Novye tekhnologii vysshei shkoly: materialy Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Nauka – Obshchestvo – Tekhnologii – 2019»* [Science, technology, pedagogy. New technologies of higher education: materials of the All-Russian scientific and practical conference "Science – Society – Technologies – 2019"]. Russia, Moscow, February 26, 2019]. Moscow, Moskovskij politekh, 2019, pp. 367–373. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37472584&pff=1> (Accessed 04/21/2022). (In Russ., abstr.in Engl.)
16. Musayev V.K. Matematicheskoe modelirovanie nestatsionarnykh uprugikh voln napryazhenii (perekhodnoi process) pri vozdeystvii (vertikal'noe sosredotochennoe v vide treugol'nogo impul'sa) na poverhnost' poluploskosti (zadacha Lemba) [Mathematical modeling of unsteady elastic stress waves (transient process) under the influence (vertical concentrated in the form of a triangular pulse) on the surface of a half-plane (Lamb's problem)]. In: *Geologiya i geofizika Yuga Rossii* [Geology and Geophysics of Russian South], 2020, no. 4, pp. 164–174. DOI: 10.46698/VNC.2020.32.87.010 (In Russ.).
17. Musayev V.K. Matematicheskoe modelirovanie nestacionarnykh uprugikh voln napryazhenii v desyatitazhnom zdanii s osnovaniem (poluploskost') pri fundamental'nom seismicheskom vozdeistvii [Mathematical modeling of unsteady elastic stress waves in a tenstorey building with a base (half-plane) under fundamental seismic action]. In: *Problemy bezopasnosti rossijskogo obshchestva* [Security problems of the Russian society], 2021, no. 1, pp. 13–20. Access mode: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45729042> (Accessed 04/27/2022). (In Russ., abstr.in Engl.)