

Academia. Архитектура и строительство, № 3, стр. 104–109.
Academia. Architecture and Construction, № 3, стр. 104–109.

Исследования и теория
Научная статья
УДК 691:692:69.07
doi: 10.22337/2077-9038-2022-3-104-109

Трёкин Николай Николаевич (Москва). Доктор технических наук, профессор. Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (129337, Москва, Ярославское шоссе, 26. НИУ МГСУ). Эл. почта: nik-trekin@yandex.ru.

Кодыш Эмиль Наумович (Москва). Доктор технических наук, профессор. Центральный научно-исследовательский и проектно-экспериментальный институт промышленных зданий и сооружений (127238, Москва, Дмитровское шоссе, 46, корп. 2. ЦНИИПромзданий). Эл. почта: otk@yandex.ru.

Андрян Константин Рашидович (Москва). Центральный научно-исследовательский и проектно-экспериментальный институт промышленных зданий и сооружений (127238, Москва, Дмитровское шоссе, 46, корп. 2. ЦНИИПромзданий). Эл. почта: otk@yandex.ru.

Trekin Nikolai N. (Moscow). Doctor of Technical Sciences, Professor. National Research Moscow State University of Civil Engineering (129337, 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow. NRU MGSU). E-mail: nik-trekin@yandex.ru.

Kodysh Emil' N. (Moscow). Central Research and Design and Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures (127238, Moscow, Dmitrovskoe highway, 46, building 2. TsNIIPromzdaniy). E-mail: otk@yandex.ru.

Andryan Konstantin R. (Moscow). Central Research and Design and Experimental Institute of Industrial Buildings and Structures (127238, Moscow, Dmitrovskoe highway, 46, building 2. TsNIIPromzdaniy). E-mail: otk@yandex.ru.

Трещиностойкость железобетонных конструкций круглых сечений

Аннотация. В настоящей работе рассмотрены вопросы разработки методики расчёта по образованию трещин нормальных к продольной оси изгибаемых железобетонных конструкций круглого сечения без предварительного напряжения арматуры на основе нелинейной деформационной модели с использованием билинейной диаграммы состояния бетона.

Излагаются предпосылки, на основе которых построены теоретические зависимости для определения комплекса внутренних усилий круглого нормального сечения перед образованием трещин. На основе стереометрии представлены зависимости для определения усилий в бетоне и арматуре сжатой зоны и усилия в растянутой зоне соответственно для бетона и арматуры. Поскольку аналитически решение системы уравнений с отрицательными и положительными показателями степени представляется затруднительным, рекомендуется провести численные итерационные процессы для определения искомых неизвестных: высоты сжатой зоны, максимальных напряжений в бетоне и арматуре сжатой зоны.

Проведённые численные исследования позволили определить величину упруго-пластического момента круглого сечения и выявить его зависимость от прочности бетона.

Ключевые слова: круглое сечение, момент образования трещин, нейтральная ось, длина дуги, площадь сектора, упруго-пластический момент сопротивления

Crack Resistance of Reinforced Concrete Structures of Round Sections

Abstract. In this paper, the issues of developing a calculation method for the formation of cracks normal to the longitudinal axis of bent reinforced concrete structures of circular cross-section without prestressing the reinforcement on the basis of a nonlinear deformation model using a bilinear diagram of the state of concrete are considered. The prerequisites on the basis of which theoretical dependences are constructed to determine the complex of internal forces of a round normal section before the formation of cracks are presented. On the basis of stereometry, dependencies are presented to determine the forces in the concrete and reinforcement of the compressed zone and the forces in the stretched zone,

respectively, for concrete and reinforcement. Since it is difficult to analytically solve a system of equations with negative and positive exponents, it is recommended to carry out numerical iterative processes to determine the desired unknowns: heights of the compressed zone, maximum stresses in concrete and reinforcement of the compressed zone. Conducted research

Keywords. Circular cross-section, moment of crack formation, neutral axis, arclength, sector area, elastic-plastic moment of resistance

Железобетонные конструкции круглого сечения встречаются достаточно часто в строительной практике. В первую очередь это столбы наружного освещения, которые массово применяются практически во всех мегаполисах и населённых пунктах. Есть примеры применения круглых колонн в общественных и многоэтажных производственных зданиях [1–5]. В мостостроении в качестве опор также применяются колонны круглого сечения [6].

Трещины могут образовываться во внецентренно сжатых колоннах, например, испытывающих значительные ветровые нагрузки или во время транспортирования. Возникающая коррозия снижает срок их эксплуатации. Основной причиной возникновения указанных дефектов является недостаточная трещиностойкость сечений, связанная в том числе с отсутствием методики расчёта по образованию нормальных трещин круглых железобетонных сечений.

Принятая в СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения»¹ методика расчёта по образованию трещин в конструкциях без предварительного напряжения арматуры применима для прямоугольных и тавровых сечений и основывается на определении упруго-пластического момента сопротивления, который зависит от фактических приведённых геометрических характеристик и коэффициента γ , учитывающего неупругие деформации бетона растянутой зоны. Для этих форм сечений коэффициент γ был установлен равным 1,3 [7; 8]. Этот подход, по

нашему мнению, существенно занижает расчётные значения момента образования трещин, особенно для конструкций без предварительного напряжения арматуры. В предыдущих отечественных нормах проектирования железобетонных конструкций коэффициент γ принимался только в зависимости от формы сечения и изменялся в пределах 1,25–2. Для круглых сечений он составил наибольшее значение равное двум [9].

Последние исследования в области трещиностойкости изгибаемых элементов [10–14], показали, что упруго-пластический момент сопротивления железобетонных сечений в большей степени зависит от прочности бетона. При этом коэффициент γ принимает наибольшее значение, например, 1,8 для прямоугольных сечений при классе бетона В15 и снижается до значений 1,4 для класса бетона В60. Очевидно, что данный факт приводит к необходимости исследования зависимости коэффициента γ для других форм сечений. В данной статье в частности рассматривается круглое сечение.

За основу расчётного анализа напряжённо-деформированного состояния нормального сечения круглой формы была принята нелинейная деформационная модель, позволяющая на основе принятых предпосылок моделировать напряжённо-деформированное состояние перед образованием трещин сечений любой формы.

Основные предпосылки, принятые для аналитического определения момента образования трещин в железобетонных элементах круглой формы, заключаются в следующем:

- для нормальных сечений до образования трещин справедлива гипотеза плоских сечений;
- трещины образуются в растянутой зоне при достижении деформаций от кратковременной нагрузки равных $e_{bt2} = 0,00015$;
- напряжения в бетоне растянутой зоны перед образованием трещин распределены в соответствии с билинейной диаграммой состояния бетона;
- напряжения в бетоне сжатой зоны по высоте сечения распределены по треугольному закону;
- напряжения в растянутой и сжатой арматуре определяются в соответствии с линейным распределением деформаций перед образованием трещин.
- продольное армирование принимается распределённым равномерно по контуру круглого сечения с защитным слоем a^1 (рис. 1).

Толщина распределённого слоя при количестве стержней n будет равно:

$$\delta = \frac{nA_s}{2\pi R_s}$$

На рисунке 2 представлена плоская расчётная схема напряжённо-деформированного состояния железобетонного круглого сечения по линии диаметра перед образованием трещин.

¹ СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции (<https://docs.cntd.ru/document/871001190>).

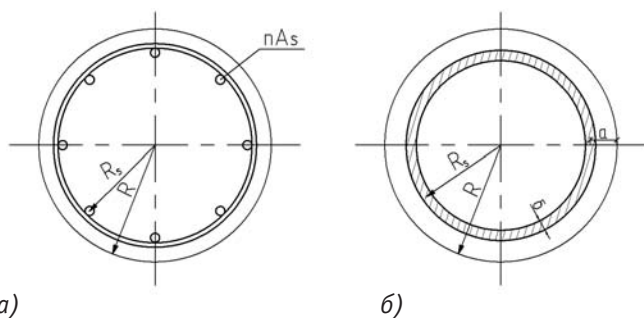


Рис. 1. Армирование круглого сечения: а) фактическое дискретное армирование круглого сечения; б) принятое для расчёта распределённое армирование

Напряжения в растянутом бетоне равны $R_{bt,ser}$, а максимальные напряжения сжатой грани на основе гипотезы плоских сечений составят:

$$\sigma_b = \varepsilon_b \cdot E_b = \frac{x}{2R-x} \varepsilon_{bt2} \cdot E_b, \quad (1)$$

где x – высота сжатой зоны; R – радиус круглого сечения.

Объём фигуры отрезка цилиндра (копыто) есть суммарное усилие в бетоне сжатой зоны (рис. 2). Используя известные зависимости стереометрии [15], можно рассчитать усилие в бетоне сжатой зоны:

$$N_b = \sigma_b \left[a(3R^2 - a^2) + 3R^2(x-R)\varphi \right] \frac{1}{3x}, \quad (3)$$

где $\sqrt{2xR-x^2}$ – половина хорды, отсекаемой нейтральной осью; f – половина центрального угла хорды в радианах.

Центральный угол можно определить через длину дуги l , отсекаемой нейтральной осью:

$$\varphi = \frac{l}{2R},$$

где $l = \sqrt{4a^2 + \frac{16}{3}x^2}$.

Растянутая зона представляет собой усечённый сегмент, площадь основания которого равна:

$$A_{bt} = \pi R^2 - [lR - 2a(R-x)\varphi] \frac{1}{2}. \quad (4)$$

Усилие в бетоне растянутой зоны с учётом усечённой части составит:

$$N_{bt} = R_{bt,ser} (A_{bt} - ac), \quad (5)$$

где $c = \frac{\varepsilon_{bt1}}{\varepsilon_{bt2}} (R-x)$ – высота усечённой части равна растянутого сегмента.

Максимальные напряжения в сжатой и растянутой арматуре определяются по зависимостям:

$$\begin{aligned} \sigma_{sc,max} &= \varepsilon_{sc,max} E_s; \\ \sigma_{st,max} &= \varepsilon_{st,max} E_s. \end{aligned}$$

где $\varepsilon_{sc,max}$ и $\varepsilon_{st,max}$ – максимальные напряжения сжатия и растяжения, определяются на основе принятых предпосылок.

Площади сжатой и растянутой арматуры с учётом неравномерного распределения деформаций равны:

$$\begin{aligned} A_{sc} &= 0,5 l_{sc} \delta; \\ A_{st} &= 0,5 l_{st} \delta, \end{aligned} \quad (6)$$

где $l_{sc} = \sqrt{4(a-a')^2 + \frac{16(x-a')^2}{3}}$; $l_{st} = 2\pi R_s - l_{sc}$ – длина дуги для сжатой и растянутой зон условно распределенной арматуры.

Усилия в сжатой и растянутой арматуре соответственно равны:

$$\begin{aligned} N_{sc} &= A_{sc} \sigma_{sc}; \\ N_{st} &= A_{st} \sigma_{st}. \end{aligned} \quad (7)$$

Высота сжатой зоны определится из совместного решения уравнения равновесия продольных сил в сжатой и растянутой зонах и изгибающих моментов в нормальном сечении. Аналитически получить решение для высоты сжатой зоны достаточно сложно, поскольку в представленные выражения входят неизвестные в различной степени, поэтому предлагается применять численный метод для определения высоты сжатой зоны на основе итераций из условия равенства усилий в бетоне и арматуре в сжатой и растянутой зонах.

Для определения изгибающего момента трещинообразования в нормальном сечении по полученному значению высоты сжатой зоны устанавливается положение результирующих усилий в сжатой и растянутой зонах.

Координата центра тяжести основания сжатой зоны бетона, имеющей форму сегмента, относительно сжатой грани равна

$$y'_c = R \left(1 - \frac{4 \sin^3 \varphi}{3(2\varphi - \sin 2\varphi)} \right). \quad (9)$$

Если принять распределение центра тяжести слоёв площади основания в виде сегмента до верха эпюры сжатой зоны с величиной σ_b линейным то координата центра тяжести усечённого цилиндра y_{bc} будет соответствовать высоте $2/3\sigma_b$. Тогда можно принять правильным соотношение

$$\frac{y'_c}{\sigma_b} = \frac{y_{0c}}{(2/3\sigma_b)}. \quad (10)$$

Откуда координата центра тяжести объёмной фигуры относительно сжатой грани будет равна:

$$y_{0c} = \frac{2}{3} y'_c. \quad (11)$$

Статический момент площади бетона растянутой зоны относительно сжатой грани определится из выражения:

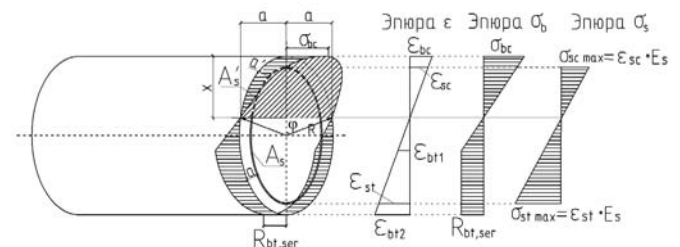


Рис. 2. Схема напряжённого состояния круглого сечения с продольной арматурой в виде сплошного распределённого слоя перед образованием трещин

$$S_{bt} = \pi R^3 - \frac{R^3}{2} (2\varphi - \sin 2\varphi) \cdot \left(1 - \frac{4 \sin^3 \varphi}{3(2\varphi - \sin 2\varphi)} \right). \quad (12)$$

Площадь большого сегмента составит:

$$F_{bt} = \pi R^2 - \frac{R^2}{2} (2\varphi - \sin 2\varphi). \quad (13)$$

Координата центра тяжести большого сегмента относительно сжатой грани определится из выражения:

$$y_{0t} = \frac{S_{bt}}{F_{bt}}.$$

Определяем изгибающие моменты по сжатой и растянутой зонам относительно нейтральной оси. Плечо для усилия в бетоне сжатой зоны равно:

$$y_{bc} = x - y'_{0c}.$$

Плечо для усилия в растянутой зоне равно:

$$y_{bt} = y_{0t} - x.$$

Соответственно изгибающие моменты по сжатой и растянутой зонам будут равны:

$$\begin{aligned} M_{bc} &= y_{bc} N_{bc} = y_{bc} \sigma_b \left[a(3R^2 - a^2) + 3R^2(x - R)\varphi \right] \frac{1}{3x}; \\ M_{bt} &= y_{bt} N_{bt} = y_{bt} (\pi R^2 - [lr - 2a(R - x)\varphi] \frac{1}{2}). \end{aligned} \quad (14)$$

Принимаем расстояния от нейтральной оси до результирующего усилия в арматуре в сжатой и растянутой зонах соответственно равными:

$$\begin{aligned} e_{sc} &= (x - a) \frac{2}{3}; \\ e_{st} &= (2r - x - a) \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Изгибающие моменты от усилий в арматуре соответственно по сжатой и растянутой зонам определяются по выражениям:

$$\begin{aligned} M_{sc} &= N_{sc} e_{sc}; \\ M_{st} &= N_{st} e_{st}. \end{aligned} \quad (15)$$

Момент трещинообразования нормального сечения круглой формы будет равен:

$$M_{crc} = M_{bc} + M_{bt} + M_{bsc} + M_{st} \quad (16)$$

Представленная методика связана с большим количеством вычислений геометрических характеристик круглого сечения. Для разработки инженерного подхода воспользуемся классической формулой определения трещиностойкости нормальных сечений:

$$M_{crc} = R_{btser} \cdot W_{pl} \quad (17)$$

где W_{pl} – упруго-пластический момент сопротивления сечения равный:

$$W_{pl} = W_{red} \gamma \quad (18)$$

здесь γ – коэффициент, учитывающий неупругие деформации растянутого бетона; W_{red} – приведённый момент сопротивления сечения.

Были проведены численные исследования по определению упруго-пластического момента сопротивления по выражению (17) и (18) для круглых сечений с различными радиусами и процентом армирования. При этом также изменялась прочность бетона. Результаты вычислений представлены на рисунке 3 в виде зависимости коэффициента γ от прочности бетона на растяжение.

По графику на рисунке 3 коэффициент γ изменяется в пределах 2,3–1,9. При этом размеры сечения и процент армирования практически не оказывают существенного влияния.

Характер изменения коэффициента γ для круглых сечений идентичен результатам полученным для прямоугольных сечений [14].

* * *

На основе нелинейной деформационной модели была разработана методика определения момента образования нормальных трещин при изгибе элементов с круглым сечением без предварительного напряжения продольной арматуры и сделаны следующие выводы.

1. Численные исследования показали, что для элементов круглого сечения без предварительного напряжения арматуры момент образования трещин в основном зависит от прочности бетона без существенного влияния продольного армирования.

2. Коэффициент, учитывающий неупругие деформации растянутого бетона γ при определении упруго-пластического момента сопротивления зависит от формы сечения и прочности бетона. Для круглых сечений коэффициент γ изменяется практически линейно в пределах классов бетона В20 – В100 от 2,3 до 1,9.

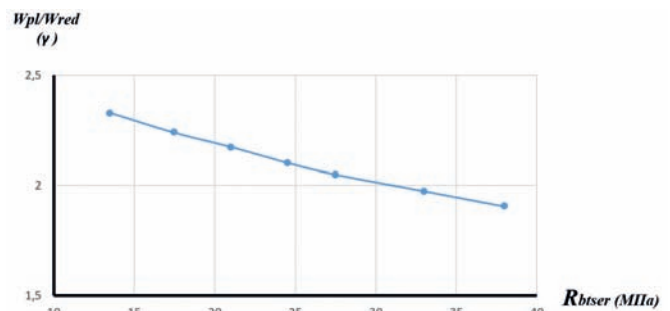


Рис. 3. График зависимости коэффициента упруго-пластических деформаций растянутого бетона от его прочности на растяжение

3. Поскольку методика расчёта по трещинообразованию в действующем СП63.13330.2018 отсутствует, целесообразно при внесении изменений в указанный свод правил дополнить его методикой определения момента трещинообразования для круглых сечений

Список источников

1. Морштейн, О.Б. Изготовление центрофугированных колонн с консолями для промзданий / О.Б. Морштейн. – Текст: непосредственный // Транспортное строительство. – 1978. – № 12. – С. 41–43.

2. Пастушков Г.П. Унифицированные многоэтажные каркасные здания с центрифугированными колоннами : Опыт исслед., проектирования и стр-ва / Г.П. Пастушков. – Текст: непосредственный. – Минск : БелНИИТИ, 1988. – 50 с.

3. Каркасы производственных зданий из унифицированных преднапряжённых центрофугированных элементов / Т.М. Пецольд, Г.П. Пастушков, В.Г. Казачек [и др.]. – Текст: непосредственный // Бетон и железобетон. – 1990. – № 4. – С. 25–27.

4. Кудзис, А.П. Железобетонные конструкции кольцевого сечения / Кудзис А.П. – Текст: непосредственный. – Вильнюс : Минтис, 1975. – 224 с.

5. Ласточкин, В.Г. Опыт производства и применения центрифугированных конструкций в промышленном строительстве / В.Г. Ласточкин, Т.М. Пецольд, В.В. Тарасов. – Текст: непосредственный. – Минск : БелНИИТИ, 1985. – 41 с.

6. Крылов, Ю.К. Пролетные строения из центрофугированного железобетона / Ю.К. Крылов, И.Д. Поляков. – Текст: непосредственный // Транспортное строительство. 1970. – № 6. – С. 15–17.

7. Залесов, А.С. Расчёт трещиностойкости железобетонных конструкций по новым нормативным документам / А.С. Залесов, Т.А. Мухамедиев, Е.А. Чистяков. – Текст: непосредственный // Бетон и железобетон. – 2002. – № 5. – С. 15–18.

8. Залесов А.С. Деформационная расчётная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил / А.С. Залесов, Е.А. Чистяков, И.Ю. Ларичева. – Текст: непосредственный // Бетон и железобетон. – 1996. – № 5. – С. 16–18.

9. Проектирование железобетонных конструкций : Справочное пособие / Голышев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П. [и др.]. – Текст: непосредственный. – Киев : Будивельник, 1990. – 544 с.

10. Мухамедиев Т.А. Учёт неупругих свойств бетона при расчёте железобетонных конструкций по образованию трещин / Мухамедиев Т.А. – Текст: непосредственный // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2018. – № 5. – С. 24–30.

11. Парфёнов, С.Г. Применение деформационных моделей для расчёта трещиностойкости железобетонных элементов / Парфёнов С.Г., Окусок С.А. – Текст: непосредственный // Фундаментальные поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостро-

ительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2016 году : В 2-х томах. Том 2. – М. : АСВ, 2017. – С. 276–279.

12. Improving methods of evaluating the crack resistance of concrete structures / Trekin N.N., Kodysh E.N., Mamin A.N. [et al.] // Proceedings 2nd International Workshop «Durability and Sustainability of Concrete Structures (DSCS-2018)». Moscow, Russia. – American Concrete Institute, SP-326, 2018. – P. 93–97.

13. Трёкин, Н.Н. Расчёт по образованию нормальных трещин на основе деформационной модели / Н.Н. Трёкин, Э.Н. Кодыш, Д.Н. Трёкин. – Текст: непосредственный // Промышленное и гражданское строительство. – 2016. – № 7. – С. 74–78.

14. Трёкин Н.Н., Кодыш Э.Н., Трёкин Д.Н. Совершенствование метода оценки трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов / Трёкин Н.Н., Кодыш Э.Н., Трёкин Д.Н. – Текст: непосредственный // Бетон и железобетон. – 2020. – № 1. – С. 61–64.

15. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов : учебное пособие / Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. – Текст: непосредственный. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

Referenses

1. Morshtein O.B. Izgotovlenie tsestrofugirovannykh kolonn s konsolyami dlya promzdaniy [Production of centrifuged columns with consoles for industrial buildings]. In: *Transportnoe stroitel'stvo* [Transport construction], 1978, no. 12, pp. 41–43. (In Russ.)

2. Pastushkov G.P. Unifitsirovannyye mnogoetazhnyye karkasnyye zdaniya s tsestrofugirovannymi kolonnami. Opyt issledovaniya, proektirovaniya i stroitel'stva [Unified multistory frame buildings with centrifuged columns: Experience in research, design and construction]. Minsk, BelNIINTI Publ., 1988, 52 p. (In Russ.)

3. Petsol'd T.M., Pastushkov G.P., Kazachek V.G. i dr. Karkasy proizvodstvennykh zdaniy iz unifitsirovannykh prednapryazhennykh tsestrofugirovannykh elementov [Frames of industrial buildings from unified prestressed centrifuged elements]. In: *Beton i zhelezobeton* [Concrete and reinforced concrete], 1990, no. 4, pp. 25–27. (In Russ.)

4. Kudzis A.P. Zhelezobetonnyye konstruksii koltsevoogo secheniya [Reinforced concrete structures of an annular section]. Vil'nyus, Mintis Publ., 1975, 224 p. (In Russ.)

5. Lastochkin V.G., Petsol'd T.M., Tarasov V.V. Opyt proizvodstva i primeneniya tsestrofugirovannykh konstruksii v promyshlennom stroitel'stve [Experience in the production and use of centrifuged structures in industrial construction]. Minsk, BelNIINTI Publ., 1985, 40 p. (In Russ.)

6. Krylov Yu.K., Polyakov I.D. Proletnyye stroeniya iz tsestrofugirovannogo zhelezobetona [Span structures from centrifuged reinforced concrete]. In: *Transportnoe stroitel'stvo* [Transport construction], 1970, no. 6, pp. 15–17. (In Russ.)

7. Zalesov A.S., Mukhamediev, E.A. Chistyakov. Raschet treshchinostoikosti zhelezobetonnykh konstruksii po novym

normativnym dokumentam [Calculation of crack resistance of reinforced concrete structures according to new regulatory documents]. In: *Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]*, 2002, no. 5, 2002, pp. 15–18. (In Russ.)

8. Zalesov A.S., Chistyakov E.A., Laricheva I.Yu. Deformatsionnaya raschetnaya model' zhelezobetonnykh elementov pri deistvii izgibayushchikh momentov i prodol'nykh sil [Deformation design model of reinforced concrete elements under the action of bending moments and longitudinal forces]. In: *Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]*, 1996, no. 5, pp. 16–18. (In Russ.)

9. Golyshev A.B., Bachinskii V.Ya., Polishchuk V.P., Kharchenko A.V., Rudenko I.V. Proektirovanie zhelezobetonnykh konstruksii. Spravochnoe posobie [Design of reinforced concrete structures. Reference manual]. Kiev, Budivel'nyk Publ., 1990, 544 p. (In Russ.)

10. Mukhamediev T.A. Uchet neuprugikh svoistv betona pri raschete zhelezobetonnykh konstruksii po obrazovaniyu treshchin [Accounting for the inelastic properties of concrete in the calculation of reinforced concrete structures for the formation of cracks]. In: *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [Structural Mechanics and Analysis of Constructions]*, 2018, no. 5, pp. 24–30. (In Russ.)

11. Parfenov S.G., Okusok S.A. Primenenie deformatsionnykh modelei dlya rascheta treshchinostoikosti zhelezobetonnykh elementov [The Application of Deformation Models to Calculate the Crack Resistance of Concrete Elements]. In: *Fundamental'nye poiskovye i prikladnye issledovaniya RAASN po nauchnomu obespecheniyu razvitiya arkhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noi*

otrasli Rossiiskoi Federatsii v 2016 godu [Fundamental search and applied research of the RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2016], in 2 volumes, Vol. 2. Moscow, ASV Publ., 2017, pp. 276–279. (In Russ., abstr. in Engl.)

12. Trekin N.N., Kodysh E.N., Mamin A.N., Trekin D.N., Onana J. Improving methods of evaluating the crack resistance of concrete structures. In: *Proceedings 2nd International Workshop "Durability and Sustainability of Concrete Structures (DSCS-2018)"*. Moscow, Russia. – American Concrete Institute, SP-326, 2018, P.93–97. (In Engl.)

13. Trekin N.N., Kodysh E.N., Trekin D.N. Raschet po obrazovaniyu normal'nykh treshchin na osnove deformatsionnoi modeli [Calculation of the formation of normal cracks based on the deformation model]. In: *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]*, 2016, no. 7, pp. 74–78. (In Russ., abstr. in Engl.)

14. Trekin N.N., Kodysh E.N., Trekin D.N. Sovershenstvovanie metoda otsenki treshchinostoikosti izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov [Improving the Method for Evaluating the Crack Resistance of Bent Reinforced Concrete Elements]. In: *Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]*, 2020? No. 1, pp. 61–64. (In Russ., abstr. in Engl.)

15. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike. Dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and students of higher educational institutions: textbook]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 544 p. (In Russ.)