

Academia. Архитектура и строительство, № 2, стр. 158–166.
Academia. Architecture and Construction, no. 2, pp. 158–166.

Исследования и теория
Научная статья
УДК 624.131
DOI: 10.22337/2077-9038-2026-2-158-166

О границах расчетных схем при численном решении температурных и деформационных задач в геотехнике

Парамонов Владимир Николаевич (Санкт-Петербург). Доктор технических наук, профессор. Кафедра «Основания и фундаменты» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. Эл. почта: parvp@geores.spb.ru

Сахаров Игорь Игоревич (Санкт-Петербург). Доктор технических наук, профессор. Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники имени Б.Е. Эл. почта: i.sakharov2014@yandex.ru

Кудрявцев Сергей Анатольевич (Хабаровск). Доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РААСН. Кафедра «Мосты, тоннели и подземные сооружения» Дальневосточного государственного университета путей сообщения. Эл. почта: olgakudr56@mail.ru

Парамонов Максим Владимирович (Санкт-Петербург). Кандидат технических наук, доцент. Кафедра геотехники Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета. Эл. почта: soilproject@yandex.ru

Аннотация. При решении задач геотехники используются численные методы. Это связано с проведением совместных расчётов при моделировании сложных объектов, взаимодействующих с грунтовым основанием. Длительность расчётов зависит от количества конечных элементов, то есть от размеров схем. Достоверность результатов определяется корректностью постановки задачи, центральным элементом которой является задание границ расчетной схемы. Сравнения показывают, что ограничение размеров расчётной области снизу для задач о напряженно-деформированном состоянии основания приводит к снижению расчётной осадки по сравнению с упругим полупространством. Ограничение размеров с боков приводит к эффекту поднятия поверхности у боковых границ расчётной схемы. Для теплофизических расчётов границы должны находиться за пределами фронта значительного теплового воздействия за весь расчётный период времени существования объекта моделирования.

Ключевые слова: геотехника, фундамент, пластичномерзлые грунты, теплотехнические, температурные и деформационные расчёты

Финансирование. Исследование выполнено в рамках стратегической госпрограммы «Социально-экономическое развитие Арктической зоны Российской Федерации», утвержденной постановлениями Правительства Российской Федерации от 21.04.2014 г. № 366 и от 31.08.2017 г. № 1064, направленной на расширение глобальной логистической и транспортной системы России. Планов фундаментальных научных исследований РААСН и Минстроя России на 2024 и 2025 годы (за счёт средств Акционерного общества «Бамтоннельстрой СК МОСТ» (АО «БТС СК МОСТ»)).

Для цитирования. Парамонов В.Н., Сахаров И.И., Кудрявцев С.А., Парамонов М.В. О границах расчётных схем при численном решении температурных и деформационных задач в геотехнике // Academia. Архитектура и строительство. 2026. № 2. С. 158–166. DOI: 10.22337/2077-9038-2026-2-158-166.

On the Boundaries of Computational Schemes for Numerical Solution of Temperature and Deformation Problems in Geotechnics

Paramonov Vladimir N. (St. Petersburg). Doctor of Sciences in Technology, Professor. The Department of Foundations and Foundations of The Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University. E-mail: parvn@georec.spb.ru

Sakharov Igor I. (St. Petersburg). Doctor of Sciences in Technology, Professor. All-Russian Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering named after B.E. Vedeneyev. E-Mail: i.sakharov2014@yandex.ru

Kudryavtsev Sergey A. (Khabarovsk). Doctor of Sciences in Technology, Professor, Corresponding Member of RAACS. The Department of Bridges, Tunnels and Underground Structures of The Far Eastern State Transport University. E-mail: olgakudr56@mail.ru

Paramonov Maxim V. (Saint Petersburg). Candidate of Sciences in Technology, Docent. Department of Geotechnics of The Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPSUACE). (Russia, 19005, Saint Petersburg, 2nd Krasnoarmeyskaya Street, 4, SPbSUACE, E-mail: soilproject@yandex.ru

Abstract. Numerical methods are used to solve geotechnical problems. This is primarily due to the need for joint calculations when complex objects interacting with the ground base are modeled. The calculation time depends on the number of finite elements, which in turn depends on the size of the models. The accuracy of the results is determined by the correct formulation of the problem, which involves defining the boundaries of the computational model. Comparisons show that limiting the size of the calculated area from below for problems on the stress-strain state of the base leads to a decrease in the calculated precipitation compared to the elastic half-space. Limiting the size from the sides leads to the effect of raising the surface at the lateral boundaries of the computational scheme. For thermophysical calculations, the boundaries must be located outside the front of significant thermal impact for the entire calculated period of the object's existence.

Keywords: geotechnics, foundations, plastic-frozen soils, thermal, temperature, and deformation calculations

Funding. The study was carried out as part of the strategic state program "Socio-Economic Development of the Arctic Zone of the Russian Federation," approved by the decrees of the Government of the Russian Federation No. 366 dated April 21, 2014, and No. 1064 dated August 31, 2017, which aims to expand Russia's global logistics and transportation system. Plans for fundamental scientific research by the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences and the Ministry of Construction of Russia for 2024 and 2025 (funded by Bamtonnelstroy CK MOST Joint Stock Company (BTS CK MOST JSC).

For citation. Paramonov V.N., Sakharov I.I., Kudryavtsev S.A., Paramonov M.V. On the Boundaries of Computational Schemes in the Numerical Solution of Temperature and Deformation Problems in Geotechnics. In: *Academia. Architecture and Construction*, 2026, no. 2, pp. 158–166, doi: 10.22337/2077-9038-2026-2-158-166.

Введение

В последнее время для решения задач геотехники все чаще используются численные методы ([1–3] и др.). Это связано, прежде всего, с проведением совместных расчётов, когда моделируются сложные объекты, взаимодействующие с основанием. Время расчётов зависит от количества конечных элементов, то есть от размеров схем. В связи с этим для получения быстрых результатов у расчётчика может возникнуть соблазн уменьшить количество элементов, то есть ограничить размеры грунтового массива, в то время как для надземной конструкции это не всегда является целесообразным.

Достоверность же результатов на 80–90% определяется корректностью постановки задачи, центральным элементом которой является задание границ расчётной схемы.

Граничные условия при решении задач напряжённо-деформированного состояния (НДС) и теплофизических задач

В литературе приводятся рекомендации по размерам расчётных схем при решении задач НДС, которые являются результатом обобщения численных расчётов [4]. Эти рекомендации вытекают из сопоставления результатов аналитических и численных расчётов, когда сравнение ориентируется на аналитику применительно к неограниченному полупространству. Сравнения показывают, что ограничение размеров расчётной области снизу приводят к снижению расчётной осадки по сравнению с упругим полупространством. Ограничения размеров с боков приводит к эффекту поднятия поверхности у боковых границ расчётной схемы.

Для теплофизических расчётов [5] границы должны находиться за пределами фронта значительного теплового воздействия за весь расчётный период времени существования объекта моделирования. Каких-либо рекомендаций по размерам границ расчётной схемы, по-видимому, не существует. Это связано с большим количеством параметров – фазовые переходы, переменность теплофизических параметров, временной интервал существования сооружения и другие факторы. При этом необходимо учитывать, что, в отличие от решения задач НДС, в температурных расчётах при решении уравнения теплопроводности могут использоваться разные



Рис. 1. Сквозные трещины в стенах подстанции

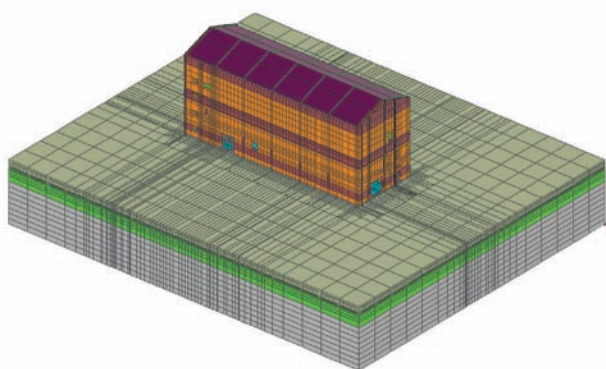


Рис. 2. Расчётная схема здания с массивом грунта

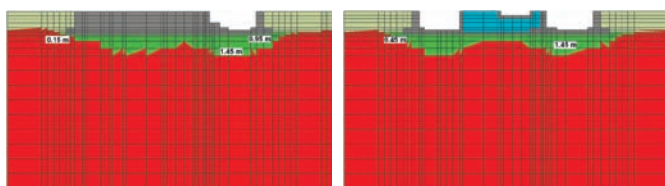


Рис. 3. Промерзание грунта (мёрзлый грунт показан зелёным цветом) по одному из сечений здания

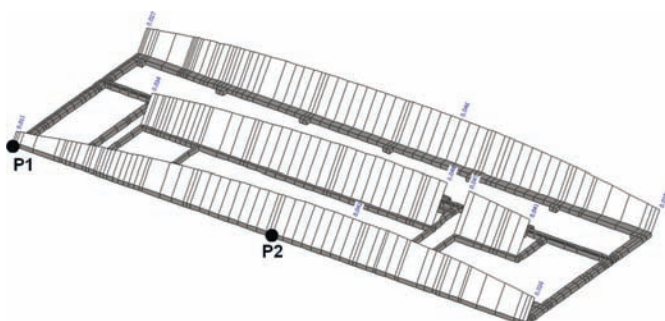


Рис. 4. Эпюры расчётного подъёма фундаментов здания при морозном пучении

граничные условия (вплоть до четырёх видов), что, очевидно, будет влиять на размеры расчётных областей. Имеются общие предложения – задание постоянного естественного геотермического градиента или условия постоянного теплового потока на границах, на которых отсутствуют остальные из четырёх видов граничных условий.

Также необходимо заметить, что в теплофизических расчётах время решения сильно зависит от наличия фазовых переходов. Так, нагрев или охлаждение грунтов в пределах, когда фазовые переходы отсутствуют, выполняется достаточно быстро, в то время как образование или исчезновение льда требует большого времени расчёта. Полные расчёты такого рода задач могут быть весьма длительными, занимая несколько суток.

Численное решение для реальных задач

Как известно, сокращения времени расчёта можно добиться при использовании свойства симметрии. При этом прежде всего следует учитывать цели расчётов. Так, если ставится задача определения неравномерностей распределения тех или иных параметров (напряжений, деформаций, температур) для крупной части объекта или тем более для всего сооружения, то использование симметрии неосуществимо. В качестве примера приведём анализ промерзания и морозного пучения основания здания подстанции из примера авторов настоящей статьи [6]. Целью расчётов было определение причин образования сквозных трещин в стенах (рис. 1), что требовало решения пространственной задачи.

Ввиду отсутствия симметрии конструкций объекта (несовпадение проёмов, наличие подземных каналов под разными частями здания и т.п.) было принято решение о моделировании всего здания с массивом грунта (рис. 2). Решение температурной задачи охватывало период существования объекта длительностью десять месяцев (время решения составило семь дней), что показало значительную неравномерность глубин промерзания (рис. 3) и, как следствие, большую неравномерность деформаций морозного пучения (рис. 4).

Таким образом, здание в процессе промерзания основания испытало выгиб, что привело к образованию трещин. Сопоставление зон растяжения верха здания с привязкой к фотографиям реальных трещин показано на рисунке 5.

Таким образом, в рассмотренном случае какие-либо упрощения расчётной схемы были невозможны, что привело к необходимости расчёта полной схемы объекта и решению длительной температурной задачи.

Использование симметрии расчётной схемы для сокращения времени расчётов МКЭ для реальных задач

В случае рассмотрения задач, не связанных напрямую с громоздкой надземной конструкцией, использование свойства симметрии может оказаться полезным. Так, при

¹ Статья проиллюстрирована авторскими схемами, фотографиями и рисунками.

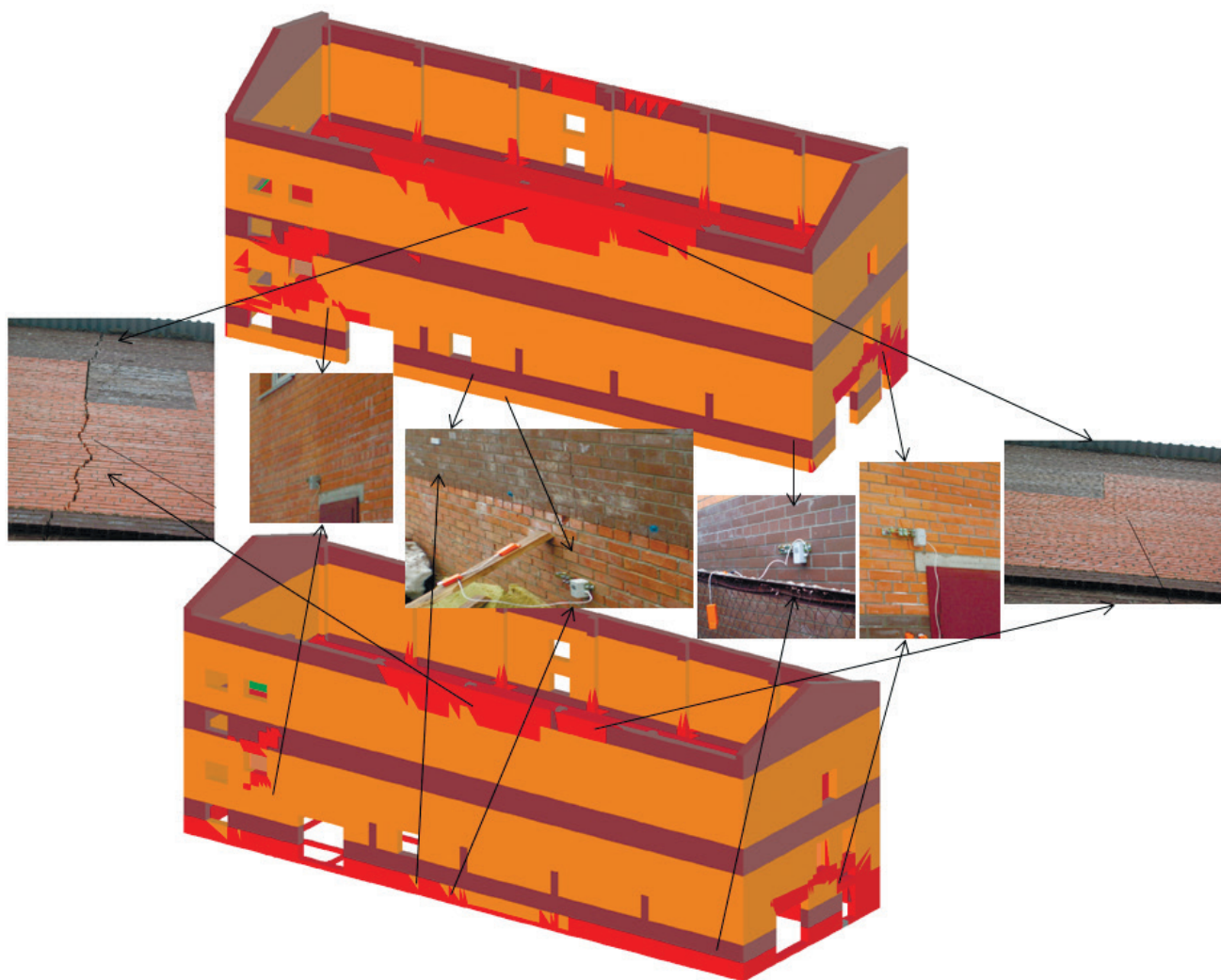
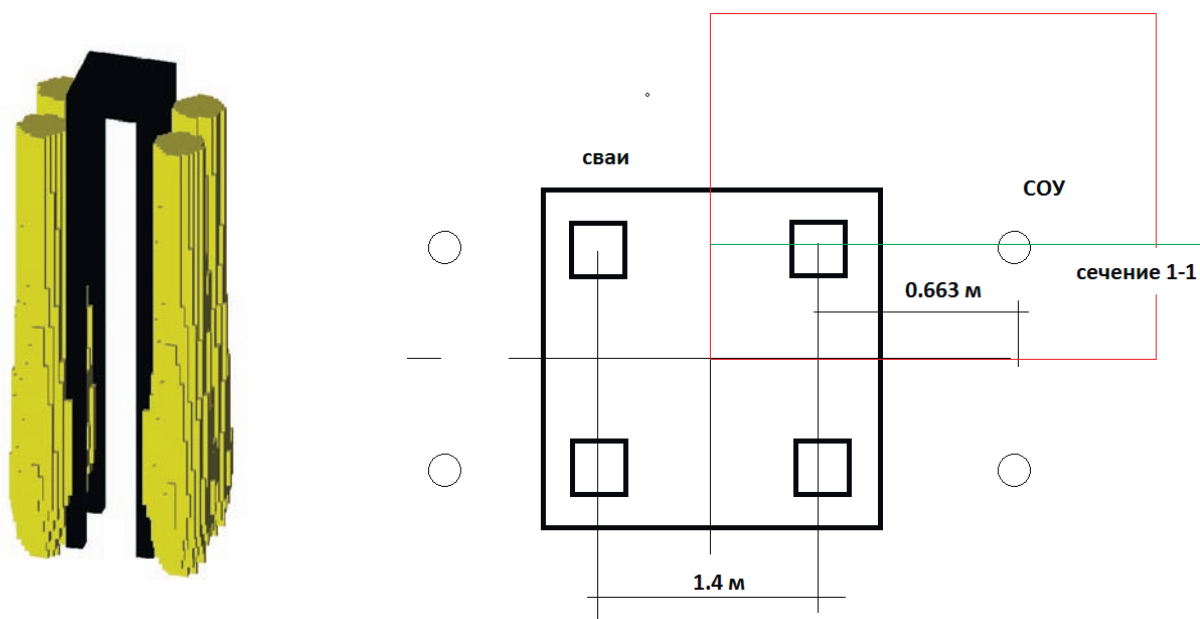
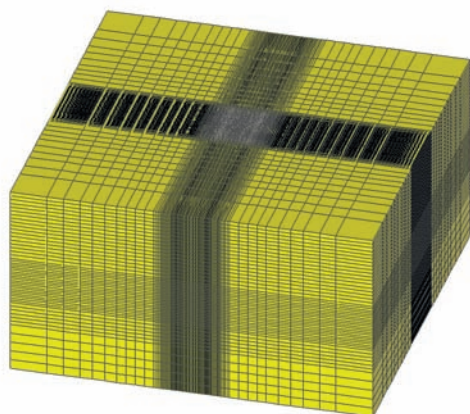


Рис. 5. Зоны, в которых растягивающие напряжения больше расчётного сопротивления кладки

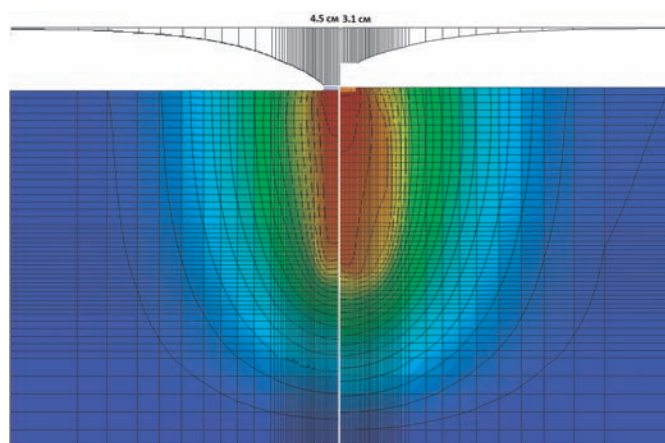


а) б) Рис. 6. Пример резкого сокращения времени решения задачи за счёт упрощения расчётной схемы: а) свайный фундамент с СОУ; б) план фундамента с выделением квадранта для решения температурной задачи

анализе работы термостабилизаторов, устроенных вокруг свайного фундамента, сложные температурные расчёты можно было упростить [7]. Вместо расчёта всего свайного фундамента с сезонно-охлаждающими устройствами (СОУ) (рис. 6) оказалось возможным выполнить температурный расчёт только для одного квадранта, в то время как расчёт



а)



б)

Рис. 7. Полная расчётная схема для решения деформационной задачи: а) расчётная схема для определения осадок свайного фундамента; б) изолинии осадок в массиве грунта до и после двухлетней работы СОУ. Таким образом, использование разных фрагментов схем может резко уменьшить время численных расчётов

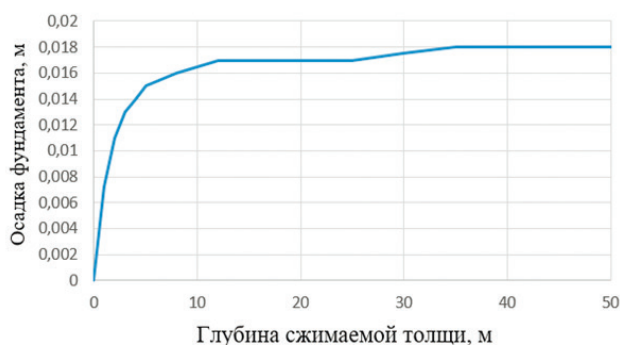


Рис. 8. График осадки фундамента в зависимости от глубины сжимаемой толщи

НДС как гораздо менее трудоёмкий был выполнен для полной схемы (рис. 7).

Границы расчётных схем при решении задач НДС

Конечноэлементные расчёты оснований предусматривают замену неограниченного полупространства массивом каких-то размеров. Мы имеем краевую задачу с граничными условиями. В большинстве случаев рассматриваются сооружения, возводимые на поверхности, при этом граничные условия задаются сверху, с боков и снизу расчётной схемы. Единых предложений по назначению этих границ для решения разных задач не существует.

Для задач о напряжённо-деформированном состоянии массива грунта нижняя граница может быть назначена по критерию ограничения сжимаемой толщи, изложенному в СП 22.13330². Это является обоснованным, поскольку результаты численных расчётов должны иметь тот же порядок цифр, что и нормативные аналитические. Без задания одинаковых условий расчёта аналитические и численные результаты не будут близки друг другу.

Рассмотрим пример расчёта НДС нагружаемого штампа с размерами 2×2 м и давлением по подошве 100 кПа. Модуль деформации однородного грунта 10 МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,27$. Осадка штампа по формуле Шлейхера составит $[100 \times 2 \times 0,8 \times (1 - 0,272)]:10000 = 0,0148 \text{ м} = 1,48 \text{ см}$

Построим график зависимости осадки штампа, вычисленной методом послойного суммирования, от принятой глубины сжимаемой толщи.

Как видно из графика, при глубине сжимаемой толщи более 10 м осадка практически не растёт, стремясь к значению 0,018 м. Это значение близко к значению, полученному по формуле Шлейхера. Надо понимать, что условия в этих методах расчёта несколько отличаются (разная жёсткость площади нагружения, неучёт горизонтальных деформаций и т.п.).

Ниже приведены примеры теплофизических расчётов с использованием модуля «Termoground», разработанного авторами настоящей статьи [4; 8]. Модуль построен на базе программы «FEM models» [9], разработанной для геотехнических расчётов с использованием метода конечных элементов.

Влияние нижней границы расчётной схемы на расчёт процесса оттаивания грунта под тёплым зданием

Для решения задач теплофизики граничными условиями являются: заданная температура, заданный теплообмен с воздушной средой, заданный тепловой поток. В большинстве задач эти условия задаются по верхней границе. По нижней и боковым граням обычно граничные условия не назначаются. Автоматически это означает, что тепловой поток по нормали к этим границам равен нулю. Задание же размеров массива, то есть положения этих границ, никак не определено.

² СП 22.13330.2016. Свод правил. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83* (<https://docs.cntd.ru/document/456054206>).

Рассмотрим несколько примеров оценки влияния границ расчётных схем на результаты расчёта. Ввиду относительной новизны постановки вопроса о границах расчётной схемы теплофизической задачи ограничимся рассмотрением только процессов оттаивания. Будем варьировать размеры расчётной схемы по вертикали и горизонтали. При этом для полноты картины рассматривались варианты с нулевой и ненулевой влажностью.

Рассматривается полосовая нагрузка в сечении реального здания. Расчётная температура в помещении 20 °С, среднегодовая температура воздуха за пределами здания: -5 °С. Ширина полосы (здания) – 13,5 м. Ширина расчётной схемы за пределами здания – 27 м. Общая ширина расчётной схемы – 66,5 м. Начальная температура основания: – минус 1,1 °С. Среднегодовая температура на поверхности: -5 °С. Толщина грунта задавалась с шагом 10 м равной 17, 27, 37, 47 м. При глубине расчётной схемы 47 м варьировалась ширина расчётной схемы за пределами здания, равная 7, 17, 27, 37, 47 м.

Рассматривается полускальный грунт с плотностью сухого грунта 2,27 т/м³. Влажность грунта принималась в двух вариантах: 0 и 0,048. При ненулевой влажности рост зон оттаивания должен происходить быстрее, чем при нулевой влажности, так как при оттаивании происходит поглощение тепла. Расчётный период существования здания – 50 лет.

По результатам расчётов выведены зоны оттаивания через 50 лет, графики зависимости глубины оттаивания от времени, а также графики изменения температуры в определённой точке во времени.

Рассмотрим решение задачи при следующих условиях. Влажность нулевая и ненулевая. Мощность толщи 47 м.

Глубина оттаивания через 50 лет составила 23 м (рис. 9). В рассматриваемом случае влажность практически не сказывается на развитии чаши оттаивания во времени.

Построим графики зависимости глубины оттаивания (м) от времени (годы) на срок до 50 лет (рис. 10–12) при мощности толщи 47, 37, 27 и 17 м

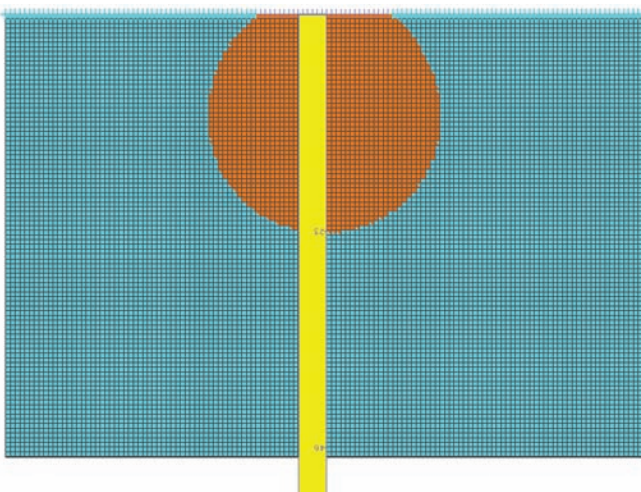


Рис. 9. Глубина оттаивания через 50 лет. Голубым цветом показан неоттаявший грунт. Жёлтым цветом показана линейка с отметками верха и низа оттаявшей толщи

Выберем точку под центром здания на глубине 17 м (наименьшая из рассмотренных толщина расчётной схемы) и построим для этой точки графики изменения температуры во времени при разной мощности толщи (рис. 13). Графики

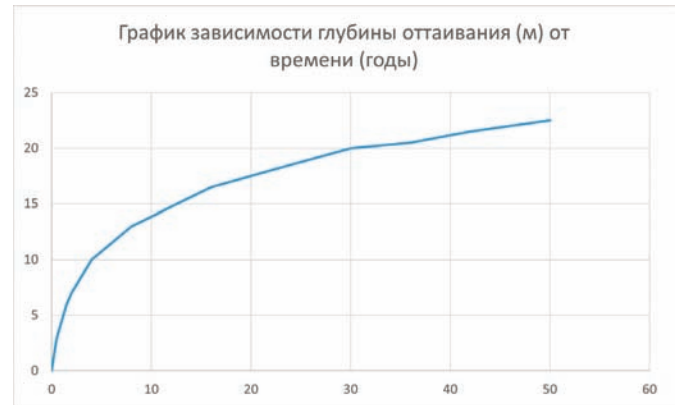
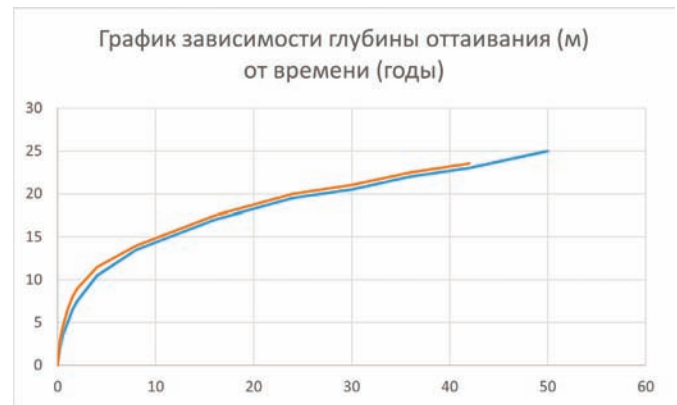
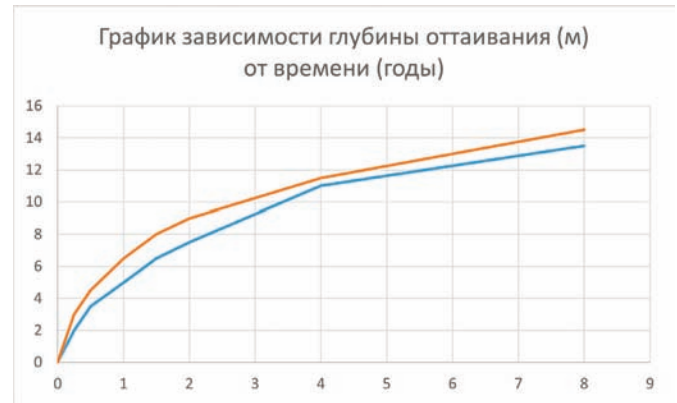


Рис. 10. Рост глубины оттаивания во времени. Мощность толщи 47 м и 37 м. Влажность нулевая и ненулевая. Графики для нулевой и ненулевой влажности практически совпадают



— нулевая влажность; — ненулевая влажность

Рис. 11. Рост глубины оттаивания во времени. Мощность толщи 27 м

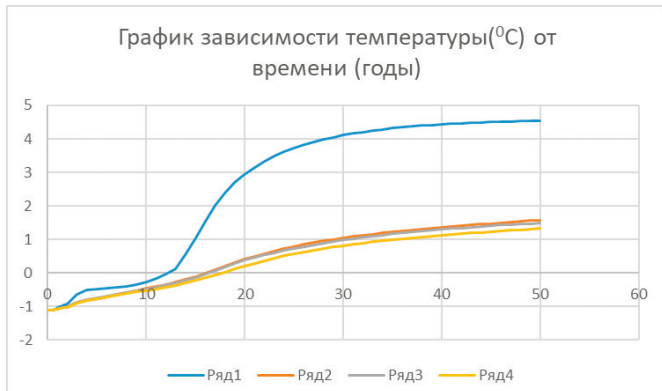


— нулевая влажность; — ненулевая влажность

Рис. 12. Рост глубины оттаивания во времени. Влажность нулевая и ненулевая. Мощность толщи 17 м. Нижняя граница оттаивания достигла 17 м уже через 10 лет, поэтому график обрезан

построим для нулевой влажности грунта, так как картина с ненулевой влажностью будет похожей.

Из рисунка видно, что отличие в графиках наиболее существенно для расчётной схемы, нижняя граница которой принята на глубине 17 м. Хотя и на первые годы, когда зона оттаивания ещё не доходит до нижней границы, отличия существенны.



Мощность толщи: ряд 1 – 17 м, ряд 2 – 27 м, ряд 3 – 37 м, ряд 4 – 47 м

Рис. 13. Изменение температуры во времени

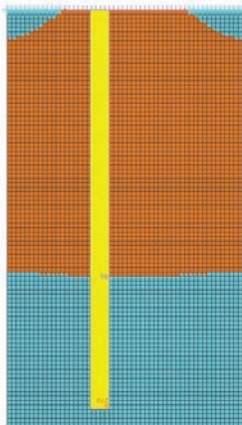


Рис. 14. Зона оттаивания при расстоянии от здания до боковой границы расчётной схемы 7 м. Глубина оттаивания через 50 лет – 30 м

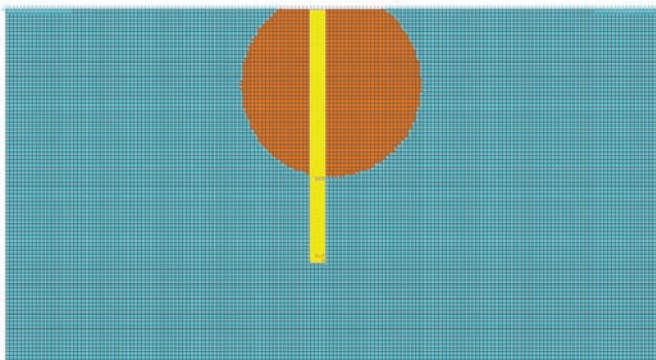


Рис. 15. Зона оттаивания при расстоянии от здания до боковой границы расчётной схемы 47 м. Глубина оттаивания через 50 лет – 22,5 м

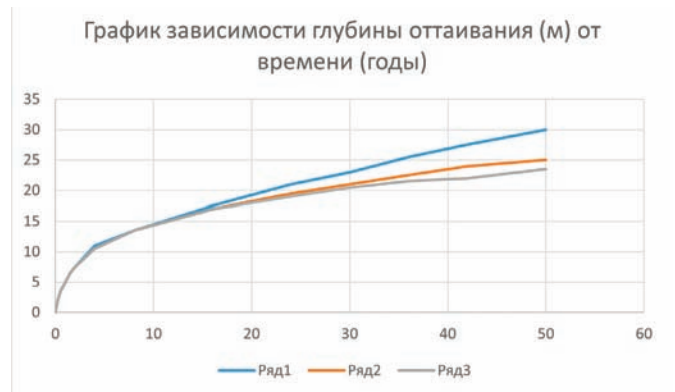
Влияние боковых границ расчётной схемы на результаты решения задачи об оттаивании грунта под тёплым зданием

Выполним похожий анализ, изменяя размеры боковых границ. Расчёты выполним при нулевой влажности грунта, что не принципиально, так как характер различий будет одинаков при нулевой и ненулевой влажности.

В расчётах толщину слоя зададим равной 47 м, расстояние от грани здания до боковой границы 7, 17, 27, 37, 47 м. Приведём результаты расчётов зон оттаивания для крайних расчётных случаев – при расстояниях от грани здания до боковой границы 7 и 47 м (рис. 14, 15).

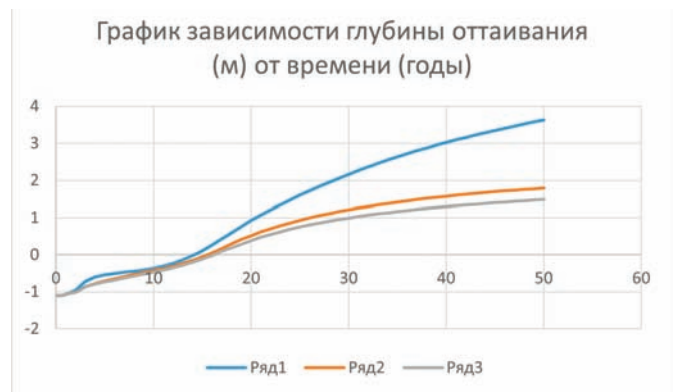
Как мы видим, приближение боковой границы к зданию существенно увеличивает расчётную глубину оттаивания. Имеется небольшая разница в глубинах оттаивания – ±0,5 м, полученных варьированием размеров границ. Это связано с принятой точностью разбивки. Размеры конечных элементов были приняты равными 0,5×0,5 м.

Построим графики зависимости глубины оттаивания во времени для границ на расстоянии 7, 17 и 27 метров от здания (рис. 16). Для боковых расстояний 37 и 47 м результаты практически не отличаются от результатов, полученных для расстояния 27 м.



ряд 1 – 7 м, ряд 2 – 17 м, ряд 3 – 27-47 м

Рис. 16. Графики зависимости глубины оттаивания грунта от времени при расстояниях от здания до боковой границы



ряд 1 – 7 м, ряд 2 – 17 м, ряд 3 – 27-47 м

Рис. 17. Графики зависимости температуры в точке от времени при расстояниях от здания до боковой границы

Из графиков видно, что в рассматриваемом случае приближение к зданию боковых границ оказывает большее влияние на расчёты, чем нижней границы.

Построим графики зависимости температуры в рассмотренной выше точке, находящейся под центром здания на глубине 17 м, от времени (рис. 17).

Эти графики также показывают существенное влияние боковых границ на результаты расчёта.

Заключение

- Границы расчётных схем оказывают существенное влияние на результаты численных расчётов.
- При моделировании напряжённо-деформированного состояния размеры расчётных схем могут назначаться в соответствии с рекомендациями «Справочника геотехника» [5] (нижняя граница – не выше $4,5 b$, где b – ширина площадки загрузки) от низа фундамента, ширина расчётной схемы – не менее $6b$.
- Для теплофизических расчётов наибольшее влияние на результаты оказывают боковые границы расчётной схемы.
- Вертикальные границы схем влияют на значения температур, причём это влияние может проявляться только спустя значительное время после начала процесса оттаивания.
- Определение границ расчётных схем для теплофизических расчётов требует дальнейших детальных исследований и в первую очередь – в случаях промерзания грунтов.
- Для практических расчётов рекомендуется выполнять численное моделирование в несколько этапов:
 - аналитическое решение задачи Стефана для схемы с упрощённой геометрией, если такое решение возможно;
 - выполнение предварительных оценочных расчётов с грубой разбивкой расчётной области на конечные элементы с постепенным увеличением размеров расчётной области;
 - анализ чувствительности результатов к расположению границ и типу граничных условий;
 - определение границ расчётной области, при которых температура мало (в пределах заданной точности) меняется при изменении границ;
 - выполнение численного моделирования с определёнными границами расчётной схемы с мелким шагом деления схемы на конечные элементы.

Список источников / References

1. Бате, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Бате К., Вилсон Е.М. : Стройиздат, 1982. 477с.
- Bate K., Wilson E. Numerical Methods of Analysis and the Finite Element Method. M., Stroyizdat Publ., 1982, 477 p. (In Russ.)
2. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. М. : Мир, 1975. 544 с.
- Zenkevich O. The Finite Element Method in Engineering. M., Mir Publ., 1975, 544 p. (In Russ.)

3. Фадеев, А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. М. : Недра, 1987. 224 с.

Fadeev A.B. The Finite Element Method in Geomechanics. Moscow, Nedra Publ., 1987, 224 p. (In Russ.)

4. Кудрявцев, С.А. Промерзание и оттаивание грунтов (практические примеры и конечноэлементные расчёты) / С.А. Кудрявцев, И.И. Сахаров, В.Н. Парамонов. СПб : Георе-конструкция, 2014. 247 с.

Kudryavtsev S.A., Sakharov I.I., Paramonov V.N. Freezing and Thawing of Soils (Practical Examples and Finite-Element Calculations). St. Petersburg, Georekonstruktsiya Publ., 2014, 247 p. (In Russ.)

5. Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения: издание второе, дополненное и переработанное / Под общей ред. В.А. Ильичева и Р.А. Мангушева. М. : АСВ, 2016. 1040 с.

Ilyichev V.A., Mangushev R.A. (total eds.). Handbook of Geotechnics. Substructures, foundations and underground structures, the 2nd edition. Moscow, ASV Publ., 2016, 1040 p. (In Russ.)

6. Сахаров, И.И. Опыт совместного расчёта здания с испытываемым промерзанием основанием / И.И. Сахаров, В.Н. Парамонов, М.В. Парамонов // Жилищное строительство. 2011. № 2. С. 10–13.

Sakharov I.I., Paramonov V.N., Paramonov M.V. Experience in Joint Calculation of a Building with a Foundation Suffering from Frost Penetration. In: *Housing Construction*, 2011, no. 2, pp. 10–13. (In Russ., abstr. in Engl.)

7. Сахаров, И.И. О расчетах свайных фундаментов в криолитозоне при использовании термостабилизаторов / И.И. Сахаров, С.А. Кудрявцев, В.Н. Парамонов. DOI: 10.22337/2077-9038-2024-4-122-130 // Academia. Архитектура и строительство. 2024. № 4. С. 122–130.

Sakharov I.I., Kudryavtsev S.A., Paramonov V.N. On Calculations Of Pile Foundations in the Cryolithozone Using Thermostabilizers. In: *Academia. Architecture and Construction*, 2024, no. 4, 2025, pp. 122–130. DOI: 10.22337/2077-9038-2024-4-122-130. (In Russ., abstr. in Engl.)

8. Численное моделирование процесса морозного пучения грунтов сооружений / С.А. Кудрявцев, В.М. Улицкий [и др.] // Материалы Каспийской Международной конференции по геоэкологии и геотехнике. Баку, Азербайджан, 3–5 ноября 2003 г. Баку, 2003. С. 213–216.

Kudryavtsev S.A., Ulitsky V.M., Paramonov V.N., Sakharov I.I., Shashkin K.G. Numerical Modeling of Frost Heave Process of Soils of Structures. In: *Proceedings of The Caspian International Conference on Geoecology and Geotechnics*, Baku. Azerbaijan, November 3-5, 2003. Baku, 2003. P. 213-216. (In Russ.)

9. Шашкин, К.Г. Использование структуры универсального конечного элемента при разработке моделей в рамках программы «FEM models» / К.Г. Шашкин // Реконструкция городов и геотехническое строительство. 2000. № 2. С. 26–32. URL: <http://georeconstruction.net/journals/02/15/15.htm> (дата обращения 21.04.2026).

Shashkin K.G. Using the Structure of a Universal Finite Element in the Development of Models within the Framework of the Program "FEM models". In: *Reconstruction of Cities and Geotechnical Construction*, 2000, no.2, pp. 26–32. (In Russ.)

10. Thermophysical Feasibility of Railway Embankment Design on Permafrost When Projecting Side Tracks / Kudryavtsev S., Kazharsky A., Valtseva T., Kotenko Z., Goncharova E. // *Procedia Engineering*. 2016. T. 165 C. 1080–1086. URL: <https://clck.ru/3TgPqc> (дата обращения 21.04.2026).

Kudryavtsev S., Kazharsky A., Valtseva T., Kotenko Z., Goncharova E. Thermophysical Feasibility of Railway Embankment Design on Permafrost When Projecting Side Tracks In: *Procedia Engineering*, 2016, Vol. 165, pp. 1080–1086. URL: <https://clck.ru/3TgPqc> (Accessed 04/21/2026). (In Engl.)

11. Motorway Structures Reinforced with Geosynthetic Materials in Polar Regions of Russia / Kudriavtcev S., Berestianyi I., Goncharova E. [и др.] // *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. Ser. «Proceedings of the 24th International Ocean and Polar Engineering Conference, ISOPE Busan» 2014. C. 1141–1143. Пусан (Ю.Корея) : International Society of Offshore and Polar Engineers, 2014. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23987663> (дата обращения 21.04.2026).*

Kudriavtcev S., Berestianyi I., Goncharova E., Valtseva T., Mihailin R. Motorway Structures Reinforced with Geosynthetic Materials in Polar Regions of Russia. In: *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. Series "Proceedings of the 24th International Ocean and Polar Engineering Conference, ISOPE Busan"*. Busan, International Society of Offshore and Polar Engineers Publ., 2014. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23987663> (Accessed 04/21/2026). (In Engl.)

12. Кудрявцев, С.А. Численные исследования теплофизических процессов в сезонномерзлых грунтах / С.А. Кудрявцев // *Крисофера Земли*. 2003. Т. 7, № 4. С. 76–81.

Kudriavtsev S.A. Numerical Investigations of the Thermophysical Processes in Seasonally Freezing Soils. In: *Kriosfera Zemli*, 2003, Vol. 7, no. 4, pp. 76–81. 7. № 4. С. 76–81. (In Russ., abstr. in Engl.)

13. Кудрявцев, С.А. Численное моделирование процесса промерзания, морозного пучения и оттаивания грунтов / С.А.

Кудрявцев // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 2004. № 5. С. 21–26.

Kudryavtsev S.A. Numerical Modeling of the Process of Freezing, Frost Heaving and Thawing of Soils. In: *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2004, no. 5, pp. 21–26. (In Russ.)

14. Kudryavtsev, S. The Research of the Freezing and Thawing Process of the Foundations with the Use of Season and Cold-Producing Devices / Kudryavtsev S., Borisova A. // *MATEC Web of Conferences*. 2018. С. 03040. URL: <https://clck.ru/3TgQsN> (дата обращения 21.04.2026).

Kudryavtsev S., Borisova A. The Research of the Freezing and Thawing Process of the Foundations with the Use of Season and Cold-Producing Devices. In: *MATEC Web of Conferences*. 2018. С. 03040. URL: <https://clck.ru/3TgQsN> (дата обращения 21.04.2026). (In Engl.)

15. Использование метода конечных элементов в решении задач геотехники / С.А. Кудрявцев, И.И. Сахаров, В.Н. Парамонов, Шашкин А.Г. Хабаровск : ДВГУПС. 2014. 162 с

Kudryavtsev S.A., Sakharov I.I., Paramonov V.N. Shashkin A.G. The Use of the Finite Element Method in Solving Geotechnical Problems. Khabarovsk, FESU Publ., 2014. 162 с. (In Russ.)

16. Сахаров, И.И. Промерзающие мерзлые и оттаивающие грунты как основания зданий и сооружений : Учебное пособие / И.И. Сахаров, С.А. Кудрявцев, В.Н. Парамонов. М. : АСВ, 2021. 364 с.

Sakharov I.I., Kudryavtsev S.A., Paramonov V.N. Freezing Frozen and Thawing Soils as Foundations for Buildings and Structures. Moscow, ASV Publ., 2021, 364 p. (In Russ.)

17. Sakharov, I.I. The Account of Frost Heave and Thawing Processes When Designing Road Embankments in Cold Regions / I.I. Sakharov, V.N. Paramonov, S.A. Kudryavtsev // *Transportation Soil Engineering in Cold Regions, Proceedings of TRANSOILCOLD 2019. Series: Lecture Notes in Civil Engineering*, vol. 49. Singapore, 2020. С. 19–24.

Sakharov I.I., Paramonov V.N., Kudryavtsev S.A. The Account of Frost Heave and Thawing Processes when Designing Road Embankments in Cold Regions. In: *Transportation Soil Engineering in Cold Regions, Proceedings of TRANSOILCOLD 2019. Series: Lecture Notes in Civil Engineering*, vol. 49. Singapore, 2020, pp. 19–24.